FABRICA, ET VSO

Del Compasso di Proportione,

Doue insegna à gli Artefici il modo di fare in esso le necessarie diuisioni,

E con varij Problemi vsuali mostra l'vtilità di questo Stromento,

IL MOLTO REV. P. PAOLO CASATI
della Compagnia di GIESV',

Dando le ragioni, & apportando le dimostrationi di tutte le operationi nella Fabrica, e nell'Vso.

OPERA VTILE

Non solo à Geometri, Agrimensori, Architetti ciuili, e militari, Pittori, Scoltori, & à tutti quelli, che vsano del Diffegno, ma anche à Bombardieri, Sergenti di Battaglia, Mercanti, & altri, per molte operationi Aritmetiche, fatte con grandissima facilità.

In Bologna, presso Gio. Battista Ferroni 1664. Con licenza de' Superiori.

AL MOLTO ILLVSTRE
Et Eccellentiſs. Sig. Padron mio Oſſeruandiſs.
IL SIGNOR
PIETROGIACOMO
ALDROVANDI
Dott. di Filoſofia, e Medicina Collegiato.

E bene l'oſſequio di quella partialiſſima ſeruitù, che per tanti titoli le profeſſo, dourebbe eſſermi il più efficace di tutti li mottiui, per offerirle ogni qualunque tributo della mia diuotione, confeſſo nulladimeno, che in dedicarle la preſente Opera, hò hauuto la mira più toſto ad accreſcere, che à ſcemare quelle obligationi, che

 al ſuo

al ſuo merito profeſſo ſingolariſſime; poiche nulla più hò bramato, che illuſtrare l'oſcurità de' miei inchioſtri colla luce del ſuo Nome, coronato di tanti raggi, quanti ſono que' glorioſiſſimi pregi, che nel luminoſo Cielo di queſta noſtra Città la fanno riſplendere, come Stella di prima magnitudine, di cui perciò, come altri ammirano lo ſplendore delle Scienze, così ben doueuo io ſperare benigniſſimi gl'influſſi delle ſue gratie. Che ſe con ciò tanto più s'aumentano le mie obligationi verſo di Lei, quanto più ad eſſe dourei ſodisfare, queſto ſteſſo conſola l'inabilità delle mie forze in corriſpondere à sì continuati fauori, i quali col vietarmi il poter eſſerle grato, mi rendono altresì impoſſibile il poter eſſerle ingrato. Con che mi dedico tutto dalle mie Stampe il dì 14. Febraro 1664.

A V. S. molto Illuſtre, & Eccellentiſs.

Deuotiſs. & obligatiſs. Seruitore

Giò. Battiſta Ferroni.

Franciscus Bellhomus Societatis Iesu in Prouincia Veneta Praepositus Prouincialis.

Opusculum, cui titulus est, Fabrica, & Vso del Compasso di Proportione &c. à P. Paulo Casato Societatis nostrae compositum, tres viri graues, ac docti eiusdem nostrae Societatis perlegerunt, & in lucem edi posse indicarunt. Quare facultate mihi concessa ab Adm. Reuer. P. Ioanne Paulo Oliua Vicario Generali potestatem facio, vt imprimatur, si alijs, ad quos spectat, ita visum fuerit. Bononiae die 26. Octobris 1662.

Franciscus Bellhomus.

Locus † Sigilli.

TAVOLA DE' CAPI contenuti in questo Trattato.

Quest.

Quest.

Della

DELLA FABRICA ET VSO Del Compasso di Proportione.

O non pretendo di scriuere cosa nuoua, ma im-
piegarmi in materia vtile. Ciò che dell'Organo si dice esser'vn Compendio de gli Stromēti mu-
sicali a cagione della moltiplicità, e varia com-
binatione de' registri, che contiene, parmi possa vgualmente dirsi del Compasso di Proportione, cioè, che sia vn Compendio di molti stromenti Geometrici in-
uentati per la facilità di molte operationi, poiche contiene varietà di linee diuersamente diuise, e seruendo variamente conforme alla diuersa apertura di detto Compasso, comprende vna grand' vniuersalità d'operationi. Ma alcuni si trouano prouisti di simile Stromento fabricato con grand'accuratezza, e politezza in Fran-
cia, ò in Fiandra, a quali però non serue più che vna bella pittura nella lor galeria, il cui vso finisce, con esser'attentamente rimirata: essendoche ne conoscono le linee, che vi sono notate, se non forsi quanto dalle parole aggiunte a ciascuna linea intendono qualche cosa, ne sanno seruirsi del detto stromento. Altri poi sono, che ve-
ramente sariano capaci di seruirsene con loro grand'vtilità, e piac-
cere: ma la difficoltà di far venire da paesi stranieri lo Stromento,

e l'ignoranza de' nostri Artefici Italiani, quali (per altro capaci di farlo molto essattamente) non sanno fabricarlo, è cagione, che manchino di tal commodità. Quindi è, che a gl'vni, & a gl'altri desiderando di far cosa vtile, acciò e chi l'hà sappia seruirsene, e chi ne manca possa facilmente prouederfene, mi son risoluto in primo luogo di mostrar'il modo, cō cui habbiano a diuidersi le linee, che in questo Stromento s'hanno a descriuere; le quali diuisioni ò si potranno fare da gli stessi Artefici, ò chi non si fidasse della lor diligenza, potrà farle egli stesso, doppo che dall'Artefice fatto sarà tutto il materiale dello Stromento; nel che non si troua tale difficoltà, che non possa con poco trauaglio trouarsi Artefice, che lo faccia. Di poi alla descrittione di ciascuna linea soggiungo in alcune questioni l'vso dello Stromento con tal linea. Dalle quali questioni ciascuno col suo ingegno potrà trouarne dell'altre, & ampliare l'vso dello Stromento; poiche io pretendo di scriuere breuemēte insieme, e mostrare la strada a quei, che non la sanno.

Da ciò si vede per qual cagione io habbia scritto in forma semplice, & in lingua Italiana essendo che così era conueniente di fare a chi voleua esser'inteso dalli nostri Artefici Italiani: Oltre che essendo molti, i quali non hanno l'vso della lingua latina così famigliare, e pure affettionandosi alle cose Mattematiche, spenderiano vtilmente molto tempo, che loro sfugge otiosamente, hò desiderato di far loro in ciò cosa grata, mentre non sono ritirati dalla lettione di questa Operetta dalla qualità dell'Idioma.

E se ad alcuno paresse superflua questa mia fatica; essendoche di questo Stromento è stato scritto da altri; sappia, che tal'obiettione a me ancora è venuta in mente prima di mettermi a scriuere questi foglij; e quello che più mi ritraeua, era il dubbio probabilissimo d'incontrarmi a dire molte cose dette da altri, e soggiacer'alla riprensione d'hauer copiato. Ma finalmente mi son lasciato vincere dal desiderio non di mia lode, ma dell'altrui vtilità, tenendo per certo, che sì come non ostante sia stato scritto da altri di questa Materia, ad ogni modo io non hò hauuto fortuna di vedere mai

alcun

alcun'Autore, fuorchè il Galilei; di cui ventidue anni sono nella Libreria nostra del Collegio Romano mi capitò vn picciolo libretto di questa Materia, da me allhora poco inteso; così a molti altri poteua accadere simile disgratia; che non capitasse loro alle mani alcuno di que' buoni Autori; e perciò capitando loro questa mia Operetta, ne potranno trarre qualche vtilità. Oltre che vediamo da tanti Huomini saggi essersi spiegati gli medesimi sei primi libri d'Euclide, e pur niuno si stima inutile, portandosi con ciò qualche maggior facilità a' principianti: e così per la stessa cagione hò creduto non esser questa mia fatica superflua, mentre non scriuo per Mattematici prouetti, ma per principianti, e poco esperti nelle cose della Geometria. E per questo per lo più cito le propositioni d'Euclide, con le quali si dimostrano le cose, che vado dicendo.

CAPO PRIMO.

Che cosa sia il Compasso di Proportione, & in che sia fondato.

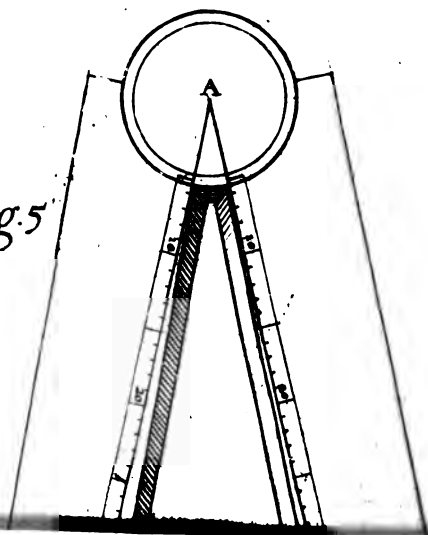
IL Compasso di Proportione non è altro, che vno stromento composto di due regole piane, e diritte di materia solida (ò sia legno, ò ottone, ò argento) nell'vna delle due estremità vnite insieme in modo, che si possino allargar, e stringere sì, che ristrette si combacino, & allargate si stendino a formar vna sola regola diritta. Che se bene nõ è assolutamente necessario, che possano tãto allargarsi, ò stringersi, ad ogni modo così riuscirà più vtile lo stromento.

Si chiama *Compasso*, perche il suo vso è cõ allargarlo, ò stringerlo a somiglianza del Compasso, con cui si descriuono i circoli maggiori, ò minori. Si dice poi *di Proportione*, perche serue a trouar linee nella proportione, che si desidera.

Dal centro dunque, circa di cui si muouono le due regole (il quale conuien che sia accuratissimamẽte segnato nella superficie dello stromẽto, e si troua nell'intersettione delli lati interiori delle due regole, prolõgati cõ linee occulte, e sottilissime, bastando poi segnare visibilmente solamente il punto, che corrisponde al centro) si tira sopra ciascheduna regola vna linea retta, e questa si diuide con la desiderata proportione; auuertẽdo, che l'vna, e l'altra linea sia vguale, e similmente diuisa. E ciò fatto, s'hà lo stromento, di cui habbiam bisogno per poter diuidere similmente qualunque altra linea, che non sia maggiore della distanza, che è tra li due estremi punti delle linee descritte sù le regole, quando stanno distese, e fanno vna regola sola.

Siano dunque (nella fig. prima) le due regole AB, AC, cõgionte nel punto A, circa di cui, come intorno a centro, si possano girare; e sul piano della regola AB tirisi dal centro A, vna linea retta AE, e similmente sul piano dell'altra regola si tiri dall'istesso

centro

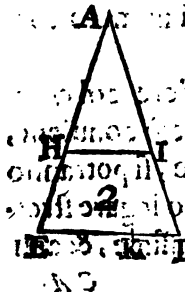
complemento. Dunque l'angolo I è vguale all'

ta AE, e similmente sul piano dell'altra regola si tiri dall'istesso
centro

centro la retta vguale all'AE. Se queste due linee AE, AL saranno similmente diuise, qualunque linea, che non sia maggiore della distanza tra E, L, quando sono le due regole distese in vna sola, si potrà similmente diuidere. Come se per essempio AE, & AL sono similmente diuise in H, & I, sia vna linea, che sia la distāza EL; se si pigliarà la distanza HI, e si trasportarà nella linea data, questa sarà diuisa nella stessa proportione, che è diuisa la linea AE in H. E perche le due regole congiunte in A si puonno allargar, e stringere, si vede, che tutte le linee, le quali possono capire tra la minima, e la massima distanza di E, & L, tutte si possono diuidere nella stessa proportione di AE diuisa in H. Dal che si raccoglie, che quanto più lunghe saranno le regole AB, AC, anche maggiore sarà l'vso loro per la diuisione di linee molto maggiori.

Auuertasi però, che, se bene fin'ora non s'è parlato che di diuisione di linea retta, non è, che a quest'vso solamente si ristringa il Compasso di proportione, di cui parliamo; ma ciò s'è detto per più facile intelligenza de gl'inesperti: poiche più a basso si spiegaranno gl'vsi molto maggiori, che per vna semplice diuisione. Quindi è, che per esser più obuio, e commune l'vso di questo stromento per le diuisioni, è anche chiamato da molti *Stromento delle Parti*; se bene il vocabolo di *Compasso*, ò *Stromento di Proportione* pare più proprio, perche comprende più vniuersalmēte il fine, à cui serue.

Hor acciò s'intenda fondamentalmēte l'vso di questo stromento, e veggasi, come quelle due distanze EL, & HI hanno tra di se la proportione di AE, & AH, sia nella seconda figura il triangolo Isoscele AEL, e prendasi AH vguale alla AI, e tirisi la linea HI.

A H I 2 E L

E' manifesto, che li due triangoli AEL, AHI sono simili; perche gl'angoli HI, son vguali tra di se (per la 5. del 1.) e ciascuno è la metà del cōplemento dell'angolo A, a due angoli retti (per la 32. del 1.) e per la stessa ragione anche ciascuno de gl'angoli E, & L. è la meta dello stesso complemento. Dunque l'angolo I è vguale all'

all' angolo L, e l'angolo H vguale all' angolo E; dunque li due triangoli AHI, AEL sono equiangoli; dunque (per la 4. del 6.) sono i lati proportionali circa gl'angoli vguali; dunque come AE ad EL, così AH a HI; e permutando come AE ad AH, così EL a HI. Se dunque HI si trasferirà sopra la EL, e sia EK, sarà la EL diuisa in K proportionalmente alla diuisione di AE in H.

E questa è la dimostrazione generale, qualunque sia la proportione, in cui sia diuisa la linea retta tirata sul piano delle regole dello stromento. E perche varie assai puonno essere le proportioni, nelle quali si può diuidere vna linea, così sopra la stessa faccia della regola dello stromento si tirano diuerse linee variamente diuise, acciò le stesse due regole vengano a seruirci per tanti stromenti, quante linee sono tirate in vna delle sudette regole. Sì che tutto l'artificio di questo stromento consiste in mettere sopra le sue regole quelle proportioni, con cui si può desiderare d'hauer altre linee in proportioni simili, ancorche quelle linee non fossero commensurabili alle linee descritte nello stromento.

Da quel che s'è detto è manifesto, che li due triangoli AEL, AHI, deuono essere nell'istesso piano; onde se la linea AE fosse sopra vna superficie incuruata, non procederebbe la dimostrazione: Perciò si vede, quanto sia necessario, che le regole siano così ben' aggiustate, e sode, che ne in se stesse facilmente s'incuruino, & anche allargate si cōseruino nell'istesso piano. Deuono poi essere ciascuna tanto larghe, che vi possa capire tutta la moltitudine delle linee, che vi si vorranno tirare, senza confusione, & in modo, che li numeri notati alli punti delle diuisioni si possano commodamente osseruare senza pericolo d'errore, con prender' il numero corrispondente ad vn punto per vn'altro.

Auuertasi esser necessario nell'operationi prendere col compasso accuratamente la lunghezza delle linee, e perciò conuiene, che le sue punte siano ben'acute; e se tali non fossero, si potranno alle gambe del cōpasso con sottili cordicelle da liuto legare strettamente due aghi da cucire, le cui punte sono sottilissime, & acute, quanto basta ad ogni più accurata operatione.

CAPO SECONDO.

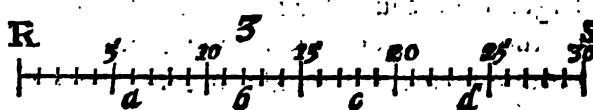
Come si diuida il Compasso di Proportione per le semplici lunghezze di linee Rette, & vso di questa linea Aritmetica.

IL primo, e più facile vso di questo stromento è in ordine alle semplici lunghezze di linee Rette; perciò da queste si comincia. Si tirano dunque dal centro A (figura prima) due linee rette AE, AL, e queste si diuidono nelle più minute parti vguali, che si può, salua la distintione necessaria, per non confondersi nel numerarle, & hauuto risguardo alla lunghezza delle regole. E quì fà di mestieri apportarui tutta la diligenza, per poter dipoi seruirsene con sicurezza. Communemente si diuide in cento parti, sì perche questa è diuisione sofficiente, sì perche dentro questo numero si trouano quelle proportioni, che cõmunemente sono vsuali, potendosi massime tutte ridurre a ragione di centesime, per le operationi Mecaniche, alle quali seruono gli stromenti. Ma se lo stromẽto fosse assai lungo, si potrà diuidere in 150. ouero in 200. particelle. E perche questa linea è talmente diuisa, che le distanze dal centro A vanno sempre crescendo con vgual differenza, come le progressioni Aritmetiche hanno vguali gl'incrementi, ò decrementi de' suoi termini, perciò questa linea diuisa in particelle vguali con ragione si può chiamare linea Aritmetica.

Diuidasi dunque la linea AE (e le diuisioni fatte in questa si trasportino nella AL) con vn ben'acuto, e sodo compasso in due parti vguali; e ciascuna sarà di 50. particelle centesime; onde al punto della diuisione si noti il numero 50. Dipoi tutta la linea AE si diuida in cinque parti vguali, e ciascuna sarà di 20. particelle: onde doueranno segnarsi con li numeri 20. 40. 60. 80. Così hauutasi la distanza tra 40 oue 50. s'hà la decima parte di tutta la linea AE, e con questa cominciando da A si segnano di dieci in dieci: con che anche si proua, se le prime diuisioni furono accuratamente fatte.

Simil-

Similmente se vna di queste decime si diuide per metà (ouero se ne piglino trè decime, e si diuidano per metà) s'hauranno le diuisioni di cinque in cinque, e la linea AE sarà diuisa in 20. parti vguali. E sì come le decime furono notate col numero, & vna lineetta trasuersale, così la metà delle decime si nota con vna sola lineetta più piccola, acciò subito si possa conoscere, e numerare le particelle. le altre poi si segnano con soli punti. Finalmente ciascuna di queste parti vétesime si diuide in cinque particelle vguali, e sarà tutta la linea AE diuisa in cento particelle vguali.

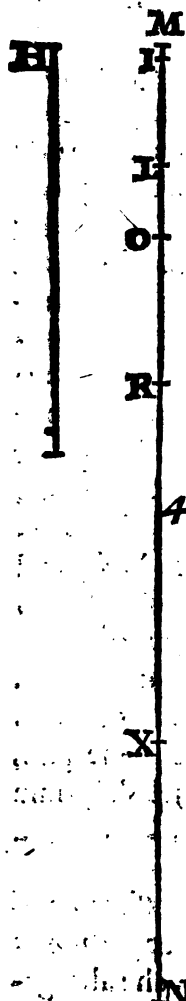
E perche forsi il diuider'vna di quelle parti vétesime in cinque Particelle vguali riuscirebbe assai difficile, pigli si da A fin a 30. e e sia, come nella 3. figura la linea RS diuisa in sei di quelle parti ventesime. Tutta la RS si diuida in cinque parti vguali, il che si farà applicandola RS all'interuallo 100. 100. come più a basso si dirà, e l'interuallo 20. 20. s'applichi alla linea RS in *a*, *b*, *c*, *d*; poiche la distanza tra il numero 5. & il punto *a*, sarà appunto la quinta parte di tutta quella ventesima della linea AE. Il che è manifesto, perche RS è particelle 30; R*a*, che è quinto di RS, è particelle 6; dunque la distanza di 5, & *a*, è la trentesima di tutta la RS, e così la centesima di AE.

R 5 10 3 15 20 25 S 30
a *b* *c* *d*

Ora per prouare se sia giusta la diuisione, si prenda R*a*, e se replicata cade nel 60, ella è giusta, e segnarà tutti li punti numerati dal 6. Così presa 5 *b* si replichi, e se è giusta, cominciando da A centro, caderà nel 70. & in tutti li numeri multiplici di 7. Così 10 *c*, darà 8, & i suoi moltiplici, cadendo precisamente in 80. e così anche 15. *d*, darà 9, & i suoi moltiplici, cadendo nel 90. Et in questa maniera traportando li sudetti interualli non solo dalli punti delle decime, ma anche dalle loro metà, come da 5. 15. 25. &c. si verrāno à segnar tutti i punti della linea AE cō molta aggiustatezza, ò se furono già segnati, si conoscerà la buona diuisione.

QVE-

QVESTIONE PRIMA.

Come si troua la parte determinata in numeri d' vna linea data.

Sia data la linea MN (nella fig. 4.) longhezza della Cortina in vn dissegno di qualche Fortezza, e volendosi prendere la diffesa dal quinto della Cortina, si cerchi la sua quinta parte. Allarghisi lo Stromento in modo, che la distanza 100. 100. sia la MN: poi essendo 20. la quinta parte di 100, si pigli la distanza 20. 20, ritenendo la stessa apertura dello Stromento, e questa sarà la MO quinta parte cercata di MN. Ma se la linea fosse tale, che la parte cercata fosse molto piccola, si prenda l'interuallo del resto: come nella fig. 5. se della linea RS si desidera la parte trentesima, s'applichi RS all'interuallo 30. 30. & a quell' apertura si prenda l'interuallo 29. 29, & il compasso tagliando 29 parti della linea RS, lascierà vna trentesima. Preso dipoi l'interuallo 28. 28, e questo applicato alla linea RS, lascierà due trentesime, e così di mano in mano. Se bene fatta la prima operatione, se l' interuallo Si è di parti 29, vguale a questo sia Re, sigmilmente di parti 29: la distanza ie è di particelle 28; questa dunque applicata da S, darà Su parti 28; così ue sarà parti 27, e perciò questa applicata da S, darà So di parti 27; e così dell'altre.

Che se si cercasse tal parte, la quale nõ fosse precisamente nel numero 100; piglisi vn' altro numero, che habbia tal parte, e sopra di quello si ponga la longhezza MN, e poi il numero, che sarà la parte cercata dal numero preso, darà la longhezza cercata. Per cagion d'essempio si desideri della data linea MN vna parte, che sia quattro vndecime.

M
H
I
O
R
4
X
N

Non si potendo il 100 diuidere giustamente per 11, prendo vn numero qualsiuoglia che sia numerato dall'11, e sia 88. Apro lo Stromento in modo, che MN sia la distanza di 88; e perche l'vndecima parte di 88 è 8, questo replico quattro volte, e 32 sono quattro vndecime: piglio dunque la distanza 32.32, & è MR quattro vndecime di MN. Vn'altra maniera di trouar vna parte assai piccola, vedrai nel capo 7. q. 3. nel fine.

Di quì si vede, che data vna linea maggiore, se ne può trouar vna minore in qualsiuoglia proportione di quelle, che con numeri si ponno esprimere, pigliando dentro à 100 due numeri nella data proportione; & applicata la linea data al maggiore di questi due numeri, il minor numero darà la linea minore cercata. E se per auuentura li due numeri esprimenti la proportione fossero tali, che eccedessero il 100, si riducano a centesime; che per l'operatione Mecanica vi sarà pochissimo sbaglio. Il che si fà (per ricordarlo alli meno prattici) moltiplicando per 100 il Conseguente della Proportione, & diuidendo il prodotto per l'Antecedente; e s'haurà la proportione espressa con due nuoui termini, il maggior de'quali sarà il 100, & il minore, che si cerca, sarà il Quotiente, che risulta da cotal diuisione. Sia per cagion d'essempio la medesima linea MN, e se ne cerchi vna minore, ò parte di MN in tal proportione, che siano come 3, a $2\frac{4}{25}$, che è quanto dire come 150 a 108. Moltiplico 108 per 100, & è 10800; questo diuido per 150, e ne viene 72. Applico dunque la linea data al 100.100, e la distanza 72.72, mi dà MX, che è quello, che si cercaua. In questo essempio però, perche 150, e 108 sono ambidue pari, basta diuidere ciascuno per metà, e ne'numeri 75, e 54 s'esprime la stessa proportione; onde applicando MN a 75.75, la distanza 54.54 darà l'istessa MX.

Ma se la linea data fosse così lunga, che ò non hauessimo compasso così grande, che bastasse a prenderla tutta, per applicarla al nostro Stromento, ò lo Stromento fosse così piccolo, che allargato non potesse capire tutta la linea data; Allhora vna cotal linea si

diuida

diuida per mezo, e se ancora riuscisse troppo lunga, la metà si diuida di nuouo per mezo, e s'haurà la quarta parte, e questa quarta parte s'applichi allo Stromento, come s'ella fosse la linea proposta, e si cerchi la parte determinata come sopra; e poi questa replicata tante volte, in quante parti è stata diuisa la linea data, sarà la parte, che si desidera: onde se solo si diuise in due questa parte trouata, si raddoppia, e se quella fù diuisa in quattro, questa si replica quattro volte, perche le parti con i moltiplici han la stessa proportione (per la 15. del 5.) Così figurandoci vna linea lunga 300 determinate particelle, si prende la sua quarta parte, che sia 75. e s'applichi allo Stromento 75. 75, e se si vogliono due terzi di tutta la data linea (che sono 200) si prendano li due terzi di 75, che sono 50; e perche la linea tutta fù diuisa in quattro, si replichi questa linea trouata tra 50. 50 quattro volte, e saranno appunto li due terzi della linea data, cioè 200; poiche come 50 a 75. così 200 a 300.

QVESTIONE SECONDA.

Come ad vna linea data si troui vna maggiore nella proportione determinata in numeri.

LI due numeri, co' quali s'esprime la proportione determinata se fossero assai piccioli, si moltiplichino per qualsiuoglia numero tale, che il prodotto dalla moltiplicatione per il maggiore non ecceda 100. Poi si piglino questi due prodotti come Antecedente, e Conseguente della Proportione, e la linea data s'applichi nello Stromento al numero minore, poiche il numero maggiore darà la lunghezza della linea cercata. Sia (nella fig. 4.) data la linea H, la quale debba ad vn'altra linea hauer la porportione di 3 a 7. Moltiplico così il 3 come il 7 per 10, e sono 30, e 70. Allargo lo Stromento, & applico la linea H alla distanza 30. 30; e poi ritenendo lo Stromento così allargato, prendo la distanza 70. 70, e sarà la linea MN cercata. In questa maniera se fosse data in disse-

gno vna fronte humana, quanto è dal mezo doue finifcono le fopraciglia fin alla radice de' capegli, fi trouerà la lunghezza della faccia, pigliando vna linea trè volte maggiore: E perche la faccia è la decima parte, come fcriue Vitruuio lib.3.cap.1. ò come altri vogliono la nonà parte di tutta la giufta ftatura humana, data la fronte fi pigli vna linea, che fia 30, ouero 27 volte maggiore; e fi haurà l'altezza del corpo proportionato.

Che fe la linea data foffe così grande, che non capiffe commodamente nell'apertura dello Stromento, operifi come s'è detto nel fine della queftione precedente; cioè piglifi vna fua parte aliquota, e con effa s'operi al modo detto; poiche quefta linea trouata, e replicata tante volte, in quante parti la linea data fù diuifa, farà appunto la linea cercata.

Se finalmente la proportione foffe determinata in numeri ambidue maggiori di 100. riducafi a denominatione di centefime, facendo come il Confeguente maggiore all'Antecedente, minore nella Proportione data, così 100 ad vn'altro numero, e con quefti due vltimi s'operi, applicando la linea data al numero minore trouato, e la diftanza 100. 100, darà la linea cercata. Ma fe de' numeri efprimenti la proportione, fol' il maggiore eccedeffe 100, bafterà, applicata la linea data al numero minore, pigliare per la linea cercata prima la diftanza 100. 100, poi la diftanza del refto del numero, e di quefte due diftanze farne vna fola linea.

Così per effempio habbiamo dato il Semidiametro d'vn cerchio, e vogliamo vna linea retta proffimamente vguale alla Semicirconferenza. Sappiamo per la Dottrina d'Archimede, che la Circonferenza al Diametro (l'ifteffo è delle loro metà) è minore che la tripla e dieci fettantefime, ma maggiore che la tripla e dieci fettantunefime. Si che la prima proportione di 7 a 22, la feconda di 71 a 223. Sia dunque il femidiametro dato nella fig. 5. la linea B, la quale applicata al 7.7, ouero 14. 14, darà nelli 22. 22, ouero 44. 44, la linea C vn poco maggiore della vera Semicirconferenza. Per hauer poi l'altra proportione applichifi la li-

nea

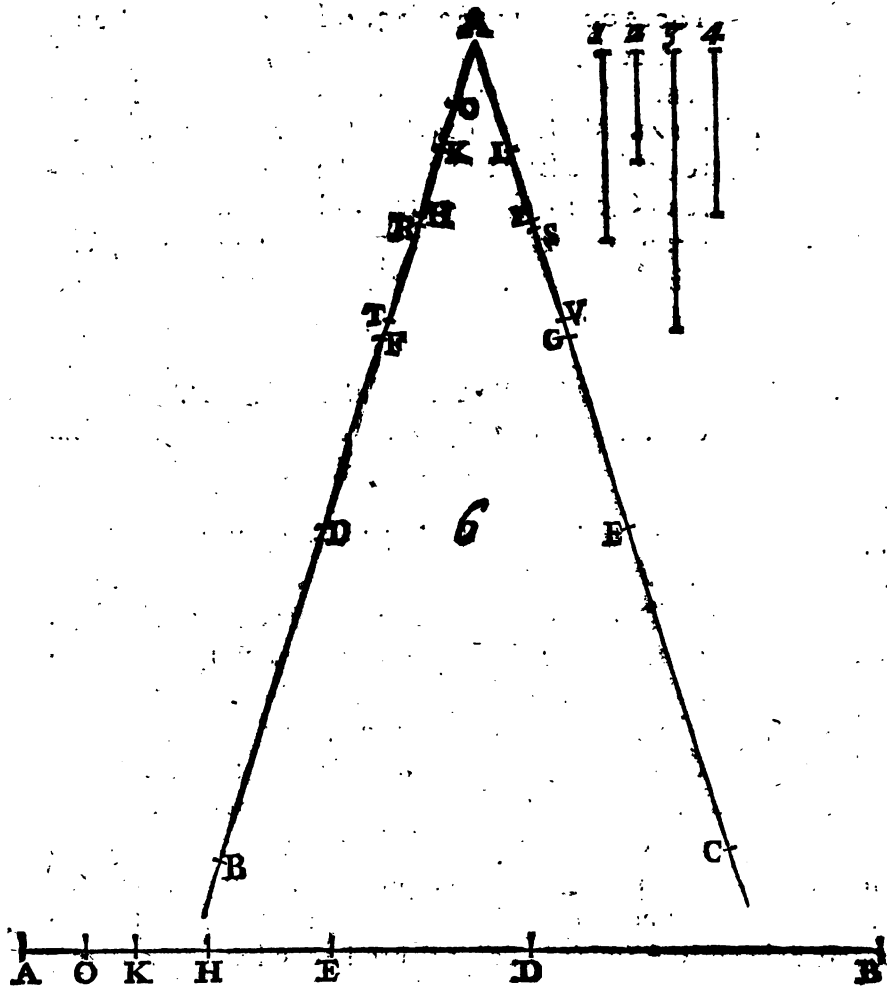
nea B alli 71. 71, e poi per li 223, piglisi due volte 100. 100, e poi 23. 23. e sarà vna linea di 223. particelle, delle quali B ne hà 71, così poco differente dalla linea C, che riuscirà insensibile la differenza. Ma se la linea B fosse stata molto maggiore, allhora saria riuscita questa seconda linea minore di C, con differenza tale, che per hauer la Semicirconferenza prossima alla vera, si douria a questa minore di C aggiungere la metà della accennata differenza.

QVESTIONE TERZA.

Come si troui vna Quarta Proportionale, e si continui vna Proportione.

QVando son date trè linee, & alla Terza si cerca vna Quarta, che sia nella proportione della Prima alla Seconda, senza che sia espressa in numeri la proportione, si trasporta la Prima dal centro dello Stromento A sopra l'vno e l'altro lato; e se non cade precisamente sopra alcuno de' punti segnati, basta leggiermente con la punta del Compasso tagliar a trauerso la linea tra l'vn punto, e l'altro, tanto che si possa riconoscere. Poi s'allarghi lo Stromento tanto, che tra li due punti già segnati con la punta del Compasso capisca la seconda delle linee date. Finalmente la Terza si trasporti similmente dal centro A sopra l'vno, e l'altro lato, e si segni il suo termine; poiche la distanza tra questi due punti vtilmente segnati, è la Quarta Proportionale, che si cerca.

Siano nella fig. 6. date trè linee 1. 2. 3. e si cerchi la Quarta nella proportione della prima alla Seconda. Trasporto la Prima sopra l'vno, e l'altro lato dello Stromento dal centro A, e segno le linee laterali nelli punti R, S: Dipoi lo Stromento tanto s'allarga, che la

Se-

Seconda capisca nella distanza RS. Il che fatto applico la Terza sull'vno, e l'altro lato, e segnati li punti T, V, prendo la distanza TV, & è la Quarta proportionale cercata. La dimostrazione è manifesta dalla seconda figura.

Di quì apparisce come date due linee si possa trouar la Terza in

Pro-

Proportione continua, e così di mano in mano: essendo che di trè continuamente proportionali, la Seconda hà ragione di Conseguente, e d'Antecedente; e perciò la distanza si trasporta dal centro A dello Stromento sopra de' lati, come s'ella fosse vna Terza per trouar la Quarta. Così sia data la linea AB diuisa in D, e si debba tagliar in proportione continua, come AB ad AD, così AD ad vn'altra. Piglio sù lo Stromento AB, AC vguali alla data AB; l'allargo tanto che capisca la Seconda tra BC. Poi trasporto la distanza BC in AD, AE, e la distanza DE è la Terza proportionale; quale trasportata in AF, AG dà la distanza FG Quarta proportionale: Così FG trasferita in AH, AI dà la Quinta HI; & HI applicata in AK, AL dà la Sesta KL; e così di mano in mano. Onde trasferite le diuisioni F, H, K, O, sù la linea data AB, questa sarà diuisa, come si cercaua, e come AB ad AD, così AD ad AF, così AF ad AH, così AH ad AK, & AK ad AO.

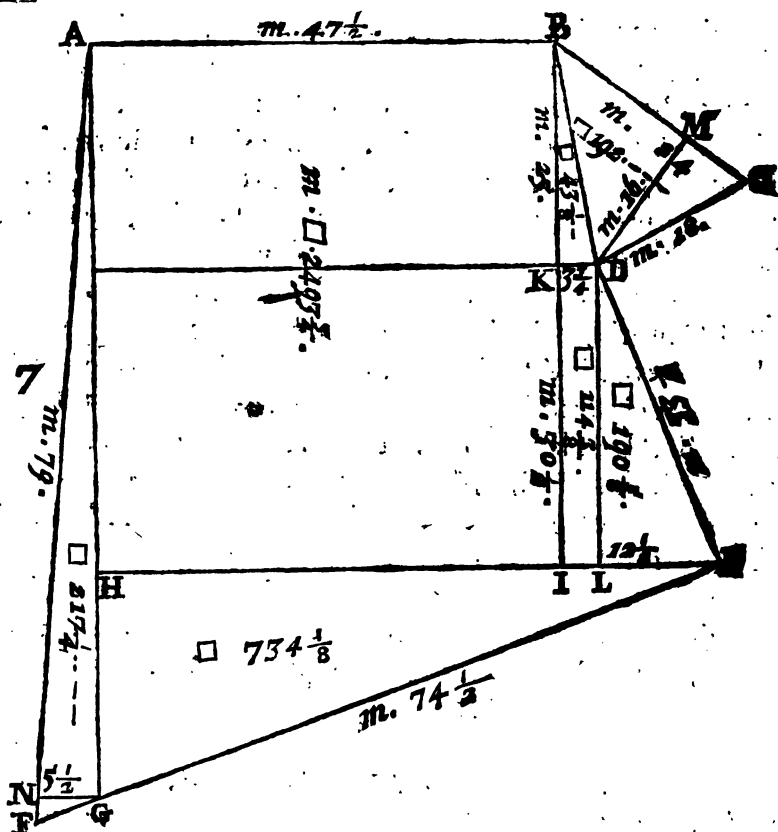
La ragione di ciò è chiara, per quello, che s'è mostrato nel cap. 1. essendo come AB a BC (intendansi tirate le linee BC, DE, &c.) così AD, cioè BC a DE cioè AF; dunque AB, AD, AF sono continuamente proportionali.

QVESTIONE QVARTA.

Come lo Stromento serua di scala vniuersale per qualsiuoglia dissegno.

SI trouano alle volte dissegni già fatti, ne v'è aggiunta la Scala per poter ridurre tutte le linee ad vna misura Homogenea: altre volte s'hà a far qualche dissegno, & il douer a ciascuno far la sua scala particolare, è fatica assai noiosa; perciò lo Stromento di Proportione seruirà di scala vniuersale, ò siano fatti li dissegni, ò da farsi.

Primieramente nella fig. 7. sia data la Campagna dissegnata ne' suoi termini ABCDEF, di cui si desidera sapere la grandezza. Se vno de' lati è conosciuto in misura, s'applichi quella linea al numero corrispondente nello Stromento: Come se il lato AF si sa-

pesse

pesse essere passi 79, la lunghezza AF s'applichi à 79.79, e l'altre linee tutte applicate allo Stromento, ritenuta la primiera apertura, mostreranno di quanti passi siano; & oprando conforme alli precetti della Geodesia, si verrà a trouare la grandezza di tutta la Campagna. Et acciò chi non è prattico, possa quì apprendere la forma, piacemi di mostrare, come si tirino le linee, per cauarne poi la grandezza dell' area.

Dal punto A alla linea AB tirisi la perpendicolare AG: poscia dall'angolo più basso E si tira la EH perpendicolare alla AG; che perciò EH vien ad esser parallela alla AB (per la 28. del primo): è dop-

e doppo questo dall'angolo più interno, che qui è B si tira la linea BI parallela alla AH: onde si hà il parallelogrammo AI.

Doppo questo dall'angolo D si tirino due linee DK, DL perpendicolari alle linee BI, & EI sopra le quali cadono; e si hà il piccolo Rettangolo KL. E perche resta il Trapezio BKDC, tirisi la linea DB, che lo diuide in due Triangoli. Si che dall'area cauati li parallelogrammi, restano li Triangoli: Ne' quali se non v'è angolo Retto, tirisi da vn angolo al lato opposto vna perpendicolare. Così li Triangoli BKD, DLE, EHG per esser rettangoli, non han bisogno d'altra perpendicolare; come ne' Triangoli, AGF, BCD, fà di mestieri tirare le perpendicolari GN, DM.

Ora se vno de' lati è conosciuto, come AF passi 79. aperto lo Stromento in modo, che tra 79, e 79 capisca la linea AF, ritengasi la stessa apertura, & applicando ciascuna linea si trouerà la sua grandezza. Ma per non prendersi fatica souerchia, basta nelli parallelogrammi prendere la misura de' due lati, che fanno l'angolo Retto; e questi moltiplicati insieme danno l'area de' sudetti parallelogrammi. Nelli Triangoli poi si piglia la misura della perpendicolare, e della base, sopra di cui ella cade; e moltiplicata la Perpendicolare per la metà della base, si hà l'area del triangolo (per la 41. del 1.) E ridotte in vna somma tutte queste aree, danno tutta l'area della Campagna dissegnata.

Quindi si caua, che se il dato dissegno fosse Topografia di paese non tanto grande, che sensibilmente s'allontanasse dall'esser piano, con ogni facilità si potra conoscere la distanza d'vn luogo dall'altro, purche vna qualche distanza sia nota, seruendo questa per dar vna determinata apertura allo Stromento: come facilmente si raccoglie da ciò, che s'è detto sin' ora.

QVESTIONE QVINTA.

Date due linee trouare la loro proportione in numeri.

E' Vero, che non tutte le linee sono tra di loro commensurabili, ne hanno la proportione, che si possa esprimere con nu-

meri, come è manifesto dalla Geometria, e dal libro Decimo d'Euclide; ad ogni modo per le operationi Meccaniche, alle volte ci basta sapere, quali siano que'numeri, che più da vicino esprimono la proportione, ò almeno li termini (per dir così) estrinseci della proportione, cioè quelli che sono immediatamente maggiori, & immediatamente minori del douere; tra'quali prendendosi il mezo Aritmetico si hà quel che si cerca, per quanto si può hauere Fisicamente.

C B

Ora per operare più speditamente in questa occasione, sarà bene hauer due Compassi, co' quali si prenda isquisitamente la lunghezza (ò se fossero troppo lunghe, la metà, ò altra parte aliquota) di ciascuna delle date linee, acciò variandosi l'apertura dello Stromento, si ritenga sempre nelli due compassi aperti la stessa lunghezza delle linee date da potersi applicar allo Stromento.

5

Siano dunque date (nella fig. 5.) le due linee C. B, la cui proportione in numeri si cerca. Prendasi con vn compasso accuratamente la lunghezza di C, e con l'altro compasso quella di B, dipoi s'applichi la lunghezza di C al 100, 100, e con la lunghezza di B si vegga sopra qual numero dello Stromento aperto ella cada, e sia per cagion d'essempio su'l 32, 32; e diremo, che C a B hà la proportione di 100 a 32. Ma se la lunghezza di B fosse minore della distanza 32, 32, e maggiore della distanza 31, 31, diremo che la proportione di 100 a 31 è maggior della vera, e quella di 100 a 32 è minor della vera: onde essendo la differenza d'vna sola centesima parte di C, basterà per l'ordinario prendere la B per $31\frac{1}{2}$.

I
O

Auanti però che si venga a questo di prendere li termini estrinseci della proportione, cioè il maggior, & il minore, conuien tentare

tare in altri numeri, massime di quelli, che si chiamano *Primi*, cioè cha non hanno altro numero, che li misuri, & applicata ad essi lunghezza di C, vedere se la lunghezza di B si possa applicare precisamente ad alcun numero dello Stromento; ò al contrario applicata la B ad alcun numero Primo, vedere se la C si possa applicare a qualche numero precisamente nello Stromento. Quãdo dunque si troua inutile ogni pruoua per hauer il numero precisamente, allhora conuien oprare come di sopra, prendendo il maggior, & il minore. Et in tal caso è meglio applicar la C al massimo numero dello Stromento, cioè al 100, più tosto che ad altro numero più piccolo, perche essendo la differenza de' due termini trouati d'vna sola centesima, sempre più s'accosterà al vero, che se si venisse ad adoprar vna differenza denominata da vn numero minore di 100; essendo a tutti manifesto, che è minor vna centesima parte, che vna nouantesima settima del tutto.

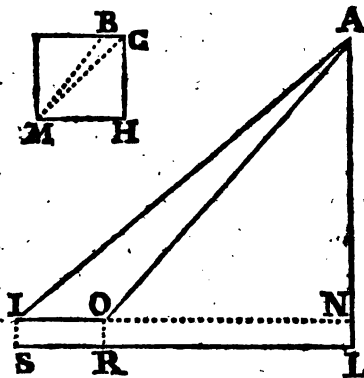
Ma per operar ancora più precisamente in casi simili, doue non si possano hauere li numeri precisi, meglio sarà trouare la differenza d'vna parte centesima della linea minore B, perche questa è minor differenza, che vna centesima della maggiore C, perche le parti hanno la proportione de' Moltiplici, e de gl' Intieri (per la 15. del 5.), e così c'accostaremo più al vero. Tale dunque sarà l'operatione. La linea minore B s' applichi nello Stromento al 100. Poi la stessa B si caui dalla maggiore C, quante volte si può, e siano per essempio trè volte; si che resta vna parte della C, minore della data B; e sia questo restante IO. Onde di quali parti 100 è B, di tali 380 è CI. Presa dunque compasso la IO, & applicata allo Stromento, trouo che è maggiore, che la distanza 14.14, è minore che trà 15. 15. Si che dico che B a C, hà la proportione maggiore di 100 à 315, e minore di 100 a 314; poiche la linea C è minore di 315, e maggiore di 314. E per il contrario C a B hà la proportione minore di 315 a 100, e maggiore di 314 a 100, come è manifesto dalla 26. del 5.

Ora se si farà come 315 a 100, così 100 a $31\frac{235}{315}$, e come 314

a 100, così 100 a 31 [illegible]; si vede chiaramente, che habbiamo li due Conseguenti maggior, e minore della proportione in termini più vicini tra di se, che non erano prima 31, e 32, mettendo la linea maggiore C per 100: poiche ridotte le due fattioni allo stesso denominatore 98910, il numeratore della prima sarà 73790, quello della seconda 83790. E ridotti tutti gl'Iintieri alla denominatione commune trouata, sarà la linea C 9891000, e la linea B sarà maggiore di 3140000, e minore di 3150000; onde la differenza è di 10000 particelle di tutta la C; la qual differenza è minore, che la centesima parte della stessa C; poiche questa centesima è delle particelle di C 98910.

QVESTIONE SESTA.

Come potiamo seruirci dello Stromento di Proportione, in vece delle Tauole Trigonometriche, per la solutione di molti Triangoli.

SE bene ciò apparisce assai chiaramente da ciò, che s'è detto nella questione 4. ad ogni modo per maggior spiegatione è bene accennarlo quì più particolarmente. Sia per cagione d'essempio vna Torre, la cui altezza, e distanza da noi, desideriamo di conoscere. Prendasi vn piano di qualunque sorte, come saria vna tauola, MHC nella fig. 8. e si ponga in sito verticale con la Torre, di modo, che la linea retta del suo lato MH sia parallela all'Orizonte: poi collocato l'occhio nel punto M, e riguardando la cima della Torre, sia il raggio visuale la linea MB, la quale si segni. Fatto questo si ritiri l'osseruatore più indietro, in modo però, che nella stessa dirittura siano la Torre, & i luoghi delle due osseruationi; & in questo secondo luogo di nuouo collocata la

tauo-

stanteta MHC come prima, si nóti il raggio visuale MC, il quale necessariamente cade di sotto di BM, douendo l'istessa Torre in sito più lontano apparire sotto angolo minore; e così CMH deue essere minore di BMH: e se tutto ciò sarà fatto accuratamẽte, habbiamo tutto ciò, che ci fà di mestieri al nostro intento.

Tirisi dunque in vn piano à parte la linea IN indefinita, e dal punto I si tiri vn'altra linea parimenti indefinita, ma che faccia in I l'angolo vguale all'angolo CMH, che è il minore delli due osseruati. Dipoi nella IN piglisi il punto O arbitrariamente, e si faccia in O vn'altr'angolo vguale all'angolo BMH, è il maggiore delli due osseruati. Et in tal maniera IO rappresenta la distanza delli due luoghi dell'osseruatione; e le due linee OA, IA che s'incontrano in A, rappresentano li due raggi visuali, che si terminano nella cima della Torre. E che s'incontrino in A, è manifesto, perche li due angoli AOI, AON son vguali a due retti (per la 13. del lib. 1.) l'angolo AIO è minore dell'angolo AON, per la construttione, dunque li due AIO, AOI son minori di due retti; dunque quelle due linee son conuergenti, e da quella parte s'incontrano; e ciò si fà in A. Se dunque dal punto A, sopra la linea IN parallela all'Orizonte, si tirarà la perpendicolare AN, questa sarà l'altezza della Torre sopra l'altezza dell'occhio dell'osseruatore, la quale ponendosi IS, ò la sua vguale OR, sarà tutta l'altezza della Torre AL, e la sua distanza sarà ON, cioè RL.

Ora portando sopra dello Stromento la linea IO come 100, trouo per la questione precedente, che AN è 374, & ON 328. Si che essendo nota la distanza de' due luoghi dell'osseruationi per cagion d'essempio di passi 18, trouo che se IO 100 è passi 18, AN 374 è passi 67 $\frac{1}{3}$ prossimamente, & ON 328 è passi 59. Se dunque all'altezza AN passi 67 $\frac{1}{3}$ s'aggionga l'altezza dell'occhio sopra il piano del piede della Torre, per essempio di piedi Romani 6, sarà tutta l'altezza cercata AL di piedi 342 $\frac{2}{3}$, e la distanza cercata ON, ouero RL di piedi 295.

Di qui è manifesto, che dato qualunque triangolo, si può tro-

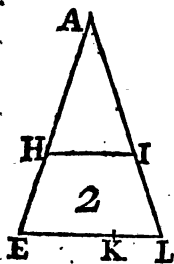
uare

uare la proportione de' suoi lati; e se vno di questi è conosciuto in misura determinata, si verrà anche in cognitione della quantità degl' altri due lati nella stessa misura.

QVESTIONE SETTIMA.

Come potiamo valerci dello Stromento per pratticar in Numeri la Regola del Trè, ò Aurea, che vogliamo dire,

QVesta prattica veramente non può riuscire tanto precisa per ragione de' Rotti, ma per gl' Intieri apparisce facilissima, e presta. Si pigli dal centro A dello Stromento con vn Compasso la distanza fin al punto corrispondente al secondo numero delli trè dati (ò per parlare più vniuersalmẽte, corrispondente al numero, che è il Conseguente trà li dati) & a questa distanza s'allarghi lo Stromento, applicandola al punto corrispondente al numero, che è Primo Antecedente della Proportione: perche all' incontro del punto, che corrisponde al Terzo numero, ò al Secondo Antecedente, si prenderà la distanza nello Stromento; e questa applicata dal Centro A sopra la linea dello Stromento mostrerà il Quarto numero cercato.

Sia per cagion d' essempio, ch' io habbia comprato 54 braccia di panno per 36 zecchini; & vn' amico ne vorrebbe hauere 21 braccia; Quanto hà egli a pagare per sua parte? Piglio col compasso nello Stromento dal centro fin al punto 36; questa distanza applico al 54. 54. E ritenendo questa apertura piglio la distanza 21.21. Questa traporto dal centro dello Stromento su la linea, e vedendo che cade sul punto 14, dico al mio amico, toccagli per sua parte a pagare 14 zecchini.

La dimostratione di ciò è manifesta, perche (nella fig. 2.) se di quali parti 54 è AE, di tali 36 s'è presa EL; dell' istessa misura hauendone AH 21, seguirà che HI applicata dal punto A alla linea AE

cade-

caderà in vn punto, che mostrarà di quante parti ella sia in misura homogenea al termine suo corrispondēte, e caderà nel punto 14.

E perche l'essempio posto è della regola diretta, mettiamone vn'altro dell'euersa. Hò vna lastra d'argento lunga piedi 2 ½, e larga oncie 7: Vorrei che l'orefice ne facesse vna della stessa grossezza, ma larga oncie 10; Quanto dourà esser longa? Qui è certo, che il Primo Antecedente deue essere questo numero, che è posto nel terzo luogo, cioè il 10; e la proportione ordinaria sarà come 10 a 7, così 30 (poiche piedi 2 ½ sono oncie 30) ad vn'altro. Preso dal centro la distanza fin al punto 7 la colloco trà 10. 10, e ritenuta la stessa apertura dello Stromento, prendo la distanza tra 30. 30; e questa distanza applicata alla linea dal centro, trouo, che cade nel punto 21; e così dico, che la lunghezza cercata dourà essere di oncie 21. Così d'vno squadrone di soldati, che hà 60 di fronte, e 25 di fianco, volendo metterne 40 di fianco, si cerca, quanti sariano di fronte: la proportione ordinata sarà come 40 à 25, così 60, ad vn'altro, & operando, come s'è detto, si trouarà venire 37 di fronte: vero è che ne auanzeranno 20: e perciò si trouerà che la punta del compasso caderà tra'l 37, e 38.

Potrebbe occorrere, che li numeri fossero ò troppo grandi, ò troppo piccioli, si che ò non si trouassero per la sua grandezza nella linea segnata dello Stromento, che sol arriua al 100, ò non si potessero commodamente applicar all'apertura dello Stromento per la sua picciolezza. Se fossero troppo grandi, conuien diuiderli, e prenderne vna parte aliquota; se fossero troppo piccioli, conuien pigliare li loro multiplici, E perche questo può occorrere in più modi, e per distintione più chiara, sarà bene parlar di ciascuno particolarmente.

Primo delli trè numeri dati se solo il Secondo Antecedente della Proportione è maggiore di 100, si prenda la sua metà, ò il terzo, e poi il numero trouato si raddoppij, ò si triplichi, e s'haurà il quarto numero cercato. Per essempio 24 persone in vn tal tempo consumano 30 sacchi di farina: in tempo vguale 120 persone

quan-

quanta ne consumeranno? La distanza del centro sin a 30, applicasi tra 24. 14; e perche 120 non si troua nella linea, prendo la sua metà 60, e la distanza 60, 60, applicata alla linea, trouo esser 75; dunque questa raddoppiata, dico richiedersi 150 sacchi di farina per 120 persone.

Secondo, se solo il Primo Antecedente, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn, e l'altro Antecedente sono maggiori di 100; l'vno, e l'altro Antecedente, ò li primi Antecedente, e Conseguente, similmente si diuidano, e con quelle parti s'operi, come quelle fossero li termini dati. In vn capitale di scudi 2000 s'è fatta perdita di scudi 1120; io che ci haueuo per mia parte 75 scudi, quanto vengo à perdere? Perche li due primi numeri son troppo grandi, leuo a ciascuno vn zero, e restano le lor decime parti 200, e 112: e perche questi ancora son troppo grandi, li diuido per metà, e sono le lor ventesime parti 100, e 56. Prendo dunque dal centro al punto 56, e l'applico tra 100. 100: poi tra 74. 75 prendo la distanza, & applicata alla linea dello Stromento, trouo ch'ella è 42; e perciò dico esser la perdita, che mi tocca di 42 scudi.

Terzo, se tutti trè li numeri dati sono maggiori di 100, conuien diuiderli tutti trè: E ciò si può far ò diuidendoli similmente, come se 2000 dà 150, che dourà 160? perche tutti diuisi per metà dico, se 100 dà 75, che darà 80? & applicati li 75 tra 100. 100, la distanza 80. 80 mi darà 60, e quando raddoppiato fà 120, che è quello che si cerca: Ouero si ponno diuidere similmente solamente due, cioè ò li due Antecedenti, ò il Primo Antecedente col suo Conseguente, e di quell'altro numero che resta, prenderne quella parte che più piacerà; poiche quello, che si trouarà, sarà parte simile del Quarto, che si cerca. Così stando nello stesso essempio, se 200 dà 150, che darà 160? Piglio la metà del primo, e del secõdo 100 è 75, e del terzo 160 piglio le quarta parte 40, & opro come prima, pigliando vltimamente la distanza tra 40. 40, e mi viene 30, il quale quadruplicato mi dà 120: ouero delli due Antece-

tece-

tecedenti proposti 200, e 160. piglio la metà 100, e 80, e del primo conseguente 150 piglio la terza parte 50, & oprando, come s'è più volte detto, si troua 40, il qual'è la terza parte del numero cercato, cioè di 120.

La ragione di questo modo d'operare stà fondata nella 15, & 11 del lib. 5 d'Euclide, cioè, che le parti hanno le proportioni de' suoi intieri, e le proportioni simili ad vna stessa proportione sono simili tra di loro. E perciò se sia come A al B, così C al D, et essendo ½ A al ½ B, come A al B, anche sarà come ½ A al ½ B, così C al D, & essendo come C al D, così ⅓ C al ⅓ D, sarà per conseguenza, come ½ A al ½ B, così ⅓ C al ⅓ D. E perche se come A al B, così C al D, vale anche permutando, come A al C, così B al D, ne seguirà con l'istesso discorso, che come ½ A al ⅓ C, così ½ B al ⅓ D. Et in tal modo è manifesta la ragione delle sopraccennate operationi. E quello, che quì s'è detto de gl'Intieri rispetto alle loro parti, così vale la forma di discorrere, fatta solo la conuersione de' termini, per ciò che appresso si dirà de gl'Intieri rispetto de' suoi moltiplici. Il che hò voluto così breuemente accennare, per non replicar con tedio più volte lo stesso.

Quinto, se solo il secondo Antecedente sarà troppo piccolo, basterà raddoppiarlo, ò triplicarlo, e seruirsi di questo, come se fosse il vero Antecedente, perche del numero, che si trouerà, dourà pigliarsi la metà, ò il terzo, per hauer il numero, che si cerca. Per essempio. Vna fontana, che getta l'acqua sempre vniformemente, hà riempito vn vaso capace di 54 botti d'acqua in 3 ore, quant'ore ci vogliono per empir vn vaso capace di sol 7 botti? Piglio dal centro fin al punto 3, e questa distanza applico all'interuallo 54. 54. Dipoi perche 7. 7. è troppo vicino, piglio la distanza 14. 14. e questa applicata dal centro cade sul punto 6; onde perche il 7 si raddoppiò, prendo la metà di 6, e dico, che in 3 ore s'empirà il vaso capace di sol 7 botti. E' vero, che ci è qualche differenza, e non sono precisamente 3 ore, ma solo a $\frac{13}{14}$, il che nell'operatione, c'habbiamo per la mano, non è da considerarsi.

Quinto, ma se solo il Primo Antecedẽte, ò solo il Primo Conseguente, ò ambidue, ò l'vn e l'altro Antecedente fossero troppo piccioli, tutti due gl'Antecedenti, ò li Primi Antecedẽte, e Conseguente, similmente si moltiplichino, raddoppino, ò triplichino, e s'opri, come se questi fussero li numeri dati, perche ne verrà il numero cercato. Così s'io dico 7 mi dà 16, che mi darà 3? raddoppio il 7, & il 3, come troppo piccioli, & opro, come se cercassi, 14 mi dà 10, che mi darà 6? e trouo, ch'è vn poco più di 4.

Sesto, se tutti trè li numeri dati sono troppo piccioli, ò tutti si moltiplichino vgualmente, & il numero, che si trouerà, dourà diuidersi per il moltiplicatore preso, come se tutti si raddoppieranno, si deue prendere la metà del trouato, per hauer quello, che si cercaua, come è manifesto. Ouero due, cioè ò li due Antecedenti, ò li due Primi termini si ponno moltiplicare similmente, e l'altro numero moltiplicar altrimenti, perche quel che si trouerà, si dourà diuidere per il numero, che moltiplicò quest'vltimo. Per essempio: d'vn drappo alto cinque quarte il Sarto me ne fece prendere braccia 7½, hora per far vna simil veste d'vn drappo alto sol 3 quarte, quante braccia hò à comprarne? E certo, che quì è la proportione euersa, cioè che le altezze, e le lunghezze sono reciprocamente proportionali, e come la seconda altezza alla prima altezza, così la prima lunghezza alla seconda lunghezza, che si cerca: Si dice dunque, come 3 al 5, così 7½ ad vn altro: quadruplico il 3, & il 7½, e sono 12, e 30; duplico il 5, & è 10. Opro dunque con questi trè numeri 12, 10, 30; e presa dal centro la distãza sin al punto 10, l'applico al 12. 12; e preso l'interuallo 30. 30, trouo essere 25: Ora perche il 5 solo si duplicò, piglio la metà di 25, e dico, che del secondo drappo me ne sarà di mestieri braccia 12½. E questo stesso haurei trouato, se hauessi duplicato tutti trè li numeri, perche, come 6 al 10, così 15 al 25.

Ma perche spesso occorre, che l'interuallo, che si troua, non cade precisamente sul punto segnato da qualche numero intiero, si potrà trouare la frattione, & auicinarsi più al vero in que-

sto modo. Si prenda dal centro dello stromento con vn'altro Compasso la distanza fin al punto prossimamente maggiore, & il numero di tal punto si moltiplichi, quanto si può, pur che non passi il 100, & allargato lo stromento, à questo numero moltiplice s'applichi la lunghezza presa con questo secondo Compasso, e poi si vegga in qual interuallo capisca la longhezza trouata col primo Compasso; perche la frattione aderente all'intiero già conosciuto, haurà per Denominatore il numero, che fù il moltiplicatore, e quanti punti si trouano mancare per giunger a quella distanza maggiore, tanta deue essere la differenza tra'l Numeratore, & il Denominatore della frattione. Sia per essempio nell' operatione trouata vna tal lunghezza, che applicata dal centro cadarra li punti 19, e 20; onde s'arguisce, che il numero cercato è 19 con vna frattione. Ora con vn secondo Compasso presa la distanza dal centro sin'à 20, se applico questa al 40 40, che è duplo di 20, non mi può dare se non $\frac{1}{2}$, se al 60. 60, che è triplo, posso trouar li Terzi, se al 80. 80, che è quadruplo, trouerò li Quarti, e finalmente se al 100. 100, che è quintuplo, trouerò li Quinti. Sia dunque applicata alli 100. 100, e poi col primo compasso, che darà quella misura minore di 20, e maggiore di 19, veggo in qual interuallo si possa applicare, e trouo che al 97. 97, onde mancando 3 al 100 dico, che la frattione aderente al 19 è $\frac{2}{5}$; se si fosse applicata al 99, saria stato il numero cercato 19 $\frac{4}{5}$.

La ragione di questa operatione è, perche quelle 20 particelle applicate al 100. 100, vengono come ad essere diuise in 100 parti, cioè ciascuna ne' suoi quinti; ora se di quali 100 parti sono le 20, di tali 97 sono quell'altre, è manifesto, che a queste mancano $\frac{3}{5}$ per arriuar à 20, e così sono 19 $\frac{2}{5}$. Ma se la distanza prima trouata fosse stata maggiore di 24, e dal cẽtro sin a 25 si fosse applicata al 100. 100, la frattione saria di Quarti, e cadendo la distanza trouata sul 97. 97, saria il numero cercato 24 $\frac{1}{4}$, poiche mancano $\frac{3}{4}$, per esser $\frac{100}{4}$, cioè 25.

Forsi riuscirà ad alcuno più facile quest' altro modo. Quando

la misura trouata, e dal centro applicata su la linea dello Stromento non cadesse in vn punto intiero, si pigli con vn'altro Compasso la misura sin al punto prossimamente minore; & il numero di tal punto moltiplicato, sì che non arriui à 100, s'apra lo Stromento, & al punto che corrisponde al numero moltiplicato s'applichi la lunghezza presa col secondo Compasso; poi applicata la misura, che dà il primo Compasso, il numero de' punti, che eccedono quel moltiplicato, sarà il Numeratore della frattione, il cui Denominatore è quel che fù il Moltiplicatore. Sia la misura trouata maggiore di 17; Prendo con vn altro compasso dal centro sin al punto 17; e questa distanza applico al numero 68. 68, quadruplo del 17; e perciò la frattione haurà il 4 per Denominatore: applicata poi quella misura trouata maggiore di 17, trouo che capisce al 71. 71; e perciò dico, che essendo l'eccesso di 3 punti, la frattione sarà $\frac{3}{4}$, e così il numero, che si cercaua è $17\frac{3}{4}$.

La ragione di questo modo d'operare è, perche in quell'applicatione al numero quadruplo vengono le 17 vnità ad esser diuise in tutti i suoi Quarti, che sono 68; dunque se la misura trouata hà di tali Quarti 71, sarà il suo numero $17\frac{3}{4}$.

Auuertasi quì, che può occorrere, che la misura tolta col primo compasso non possa applicarsi precisamente a due punti simili, come 71, e 71; ma solo a 71, e 72; & in tal caso è segno, che è più di trè quarti: e se cade così precisamente sù due punti 71, e 72, si può prendere per vna metà; se cadesse sul 71, & alla metà del 72, si potria prendere per vn Quarto. Ora mettiamo, che cada sù li 71. 72; e così oltre li $\frac{3}{4}$, v'è la metà d'vn Quarto, che è $\frac{1}{8}$, che aggiunto alli $\frac{3}{4}$ sono in tutto $\frac{7}{8}$. Se fosse caduto alla metà del 72, era vn Quarto d'vn Quarto, cioè $\frac{1}{16}$, e così tutta la frattione $\frac{13}{16}$.

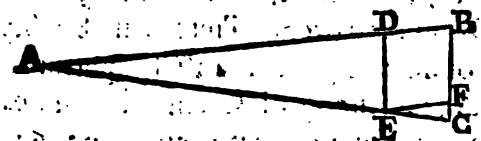
E per non lasciare di spiegare anche meglio l'vso di questo Stromento, per trouare con più precisione le frattioni, aggiunte a gl'Intieri, senza obligarci a prendere li numeri moltiplici, massime, che bene spesso appena si ponno raddoppiare, ò triplicare;

per-

perciò aggiungerò anche questo modo d'oprare. Preso dunque, come si disse, con vn secondo Compasso dal centro fin al numero prossimamente minore, s'apra lo Stromento, e questa distanza s'applichi a quell' interuallo, che più piace, in maniera però, che poi la distanza, che dà l'altro compasso, possa capire almeno tra 100. 100. & il numero di tal interuallo sarà il Denominatore della frattione. Di poi ritenuta l'apertura medesima dello Stromento, si vegga in qual interuallo capisca la prima misura. Il numero de' punti, che questo secondo interuallo è distante dal primo già costituito, si moltiplichi per l'Intiero numero, che si prese prossimamente minore; e ciò che per la moltiplicatione si produce, sarà il Numeratore della frattione.

Sia la misura trouata maggiore di 6, ma minore di 7. Prendo dal centro fin al 6, e questa distanza applico ad arbitrio ad vn numero, per essempio al 50. 50; e perciò le parti della frattione saranno cinquantesime. Quindi applicata la misura trouata, veggo che cade sul 53. 53. Dunque preso l'eccesso 3, lo moltiplico per il numero intiero 6, e si fà 18, per numeratore della frattione; e perciò dico, che la misura trouata dà il numero cercato 6$\frac{18}{50}$.

La dimostratione di questa operatione si vede dalla fig. 9. doue BC è parallela alla DE, e prendendosi BF vguale alla DE, e congiungendosi li punti E, F con vna linea retta EF, viene ad esser EF parallela alla BD per la 33. del lib. 1. Dunque per la 2. del lib. 6. come AE ad EC, così BF à FC: dunque il rettangolo fatto dalle due EC, BF, cioè DE, applicato alla prima AE darà la FC: come apparisce dalla 16. del lib. 6. Se dunque DE è il numero 6, collocato su lo Stromento nelli punti 50. 50, cioè in AD, AE, e la misura trouata BC s'addatta alli punti B, & C 53, 53; sarà come AE 50, ad EC 3, così BF, cioè DE 6 alla FC; e perciò EC 3 moltiplicando DE 6 fà 18 da diuidersi per AE 50; onde il Quo-

tiente

tiene $\frac{18}{50}$ è la FC da aggiungersi alla BF, cioè alla DE 6; e così tutta la BC è 6 $\frac{18}{50}$ numero cercato.

Di qui si vede, che se le due misure prese co' due Compassi, come s'è detto, cadessero in tal apertura dello Stromento, che non fossero distanti, che vn punto solo, il Numeratore della frattione sarà il numero intiero preso. Come per essempio, se il nuro è 27, & è applicato all' interuallo 43. 43., e l'altra misura cade sul 44. 44, diremo, che il numero cercato è 27 $\frac{27}{43}$. La ragione è, perche l'vnità moltiplicando il 27 non lo muta.

Finalmente s'auuerta in questo modo, che se la distanza EC fosse di molti punti, & il numero DE fosse così grande, che riuscisse difficile moltiplicarlo per EC così alla mente, si dourà applicare la DE più vicina al centro A, che così la BC riuscirà più vicina alla DE, & BC sarà numero minore.

In vn'altra maniera potiamo seruirci di questo Stromento per trouar il quarto numero proportionale senza applicar i numeri al lato dello Stromento, ma a gl' interualli: e potendoci ogni punto seruir per due, anche senza compasso molto grande faremo ciò che desideriamo. Per essempio 168 mi dà 72, che cosa mi darà 63? Diuido li 168, & li 72 per metà, e sono 84, e 36. A qualunque apertura dello Stromento prendo l'interuallo 84. 84 con vn compasso, e col secondo compasso alla stessa apertura dello Stromento prendo 36. 36. Ritengo li Compassi così, & applico il primo compasso al terzo numero dato, cioè à 63. 63. allargando lo Stromento, & a questa apertura applicando il secondo compasso, trouo che cade nell' interuallo 27. 27, onde conchiudo, che il quarto numero cercato è 27. Questa prattica è manifesta per la costruttione dello Stromento; perche di quali parti 84 era la prima linea compresa dal primo compasso, di tali 36 era la seconda; ora presa la prima di 63, la seconda viene ad essere di 27.

Questo modo d'oprare mostra vna grandissima facilità per sciogliere le questioni appartenenti al moltiplico de' capitali, quan-

quando corrono interessi sopra interessi, cioè che il frutto di ciascun anno a capo d'anno s'accresce al capitale: il che si fà, essendo noto, quanto per cento sia il frutto, perche se il 100 guadagna nel primo anno per essempio 4, sarà il capitale del secondo anno 104; e così bisogna dire, se 100 a capo del primo anno dà 104, che cosa darà 104 a capo del secondo anno? e si troua, che dà 108 $\frac{16}{100}$. E poi seguitando all'istesso modo a replicare la regola del Trè, se 100 dà 104, che cosa darà 108 $\frac{16}{100}$ a capo del terzo anno? tante volte si replicherà, quanti son gl'anni, che si lascia il denaro a moltiplico. Il che, come si vede, porta tempo, e fatica nel calcolo. Ma se le linee Aritmetiche dello Stromento sono accuratamente diuise, questa operatione si farà con pochissimo trauaglio.

Sapendosi quanto per cento si guadagna, prendasi la metà del 100, che è 50, e la metà del frutto annuo: & aperto lo Stromento ad arbitrio, prendasi l'interuallo 50. 50, ma conseruisi il compasso così aperto, come si prese questa prima misura, ouero si tiri vna linea vguale à tal'apertura, per hauerne memoria, ouero si prēda questa prima lūghezza vguale ad vn numero determinato di punti presi sul lato dello Stromento, e poi con vn'altro Cōpasso (se per altro in vno de' modi detti non si conseruasse memoria della prima larghezza) essendo ancora lo Stromento allargato come prima, si prenda l'interuallo corrispondente alla metà del capitale, e del frutto; e così se il frutto è 4 per 100, prendasi 52, 52, se fosse 6, per 100, prendasi 53. 53; e così de gl'altri. Questa larghezza vltima di Compasso per il secondo anno, di nuouo s'applichi al 50. 50, allargando lo Stromento, e di nuouo si prenda il 52. 52, se fù alli 4, ouero il 53. 53, se fù alli 6, per 100. Di nuouo quest'vltima lunghezza per il terzo anno s'applichi al 50. 50, con allargare lo Stromento, & al 52. 52 s'haurà la lunghezza conueniente al terzo anno, e così tante volte, quanti son gl'anni, che si lascia a moltiplico. Finalmente si paragoni la prima larghezza, che fù presa da principio con quest'vltima trouata; e la

pro-

proportione di quella prima a quest'vltima è la proportione del capitale messo da principio allo stesso accresciuto d'anno in anno, con i frutti, che diuentarono capitale. Così se furono alli 4 per 100, troueremo che li 100 in capo a dieci anni diuentano 148 $\frac{1}{4}$ quasi, cioè vn poco più d'vn quinto. Onde dico, se in dieci anni 100 mi danno 148 $\frac{1}{4}$, nello stesso tempo vn capitale di dieci mila scudi diuerrà 14825.

Che se hauessi curiosità di prouarlo col calcolo, se non prenderai di volta in volta le frattioni prossime alla vera ora maggiori, ora minori, ma tutta la frattione intiera (la quale è nel secondo anno di centesime, nel terzo di diecimillesime, e così ogn'anno aggiungendo due zeri al denominatore) trouerai nel decimo anno vna frattione, che haurà per denominatore l'vnità con diciotto zeri, & il numeratore tale, che è prossimo ad vn quarto d'vnità. E se cercassi per vent'anni, l'vltimo denominatore saria di 38 zeri, sempre due meno del doppio del numero de gl'anni. In somma (perche queste cose si scriuono per li meno esperti) basterà per il secondo anno moltiplicar il capitale col frutto in se stesso, e per l'istesso capitale col frutto, cioè per 104, ouero 105, ò altro, moltiplicar di mano in mano i prodotti; e poi vedendo quante volte hai fatto tal moltiplicatione, taglia dal numero vltimamente prodotto due volte altretante figure; come se hai fatto la moltiplicatione cinque volte, taglia alla destra dieci figure, e queste sono il numeratore della frattione aderente al numero d'intieri significato dall'altre figure restanti; e questo saria il moltiplico del capitale fatto in 6 anni. Onde si vede esser questa vna progressione Geometrica, la cui Radice è il capitale col frutto, cioè 104 &c. E perciò in tal caso conuiene trouar quella Potestà, ò quel Grado della Progressione, il cui Esponente è il numero de gl'anni (nel che se bene vi sono alcuni compendij, v'è però di molta fatica) e trouato tal Grado della detta progressione, tagliarne, come s'è detto, le figure alla destra due meno del doppio del numero di tal Grado. Il che sia detto per mostrare

ſtrare di quanto compendio ſia l'vſo di queſto Stromento, con cui preſtiſſimo ſi fà coſa per altro operoſa.

Quindi volendoſi ſapere in quanto tempo raddoppiaraſſi il Capitale, ſi piglia vna linea, & all'interuallo 50. 50. ſia applicata tal linea, di poi nel modo detto, conſiderato il frutto annuo, tante volte ſi replica l'operatione, ſin che ſi venga ad hauer allargato il compaſſo, in modo che comprenda il doppio della linea data da principio: e con quante operationi verrai ad hauere tal linea doppia della data, tanti anni ſi ricercano per raddoppiar il capitale.

Dalle coſe dette ſi raccoglie anche il modo per tramutar tra di ſe le ſpecie delle monete, eſſendo conoſcinto il lor valore, riducendolo prima alla medeſima ſemplice denominatione; come ſe il valore d'vna ſpecie di moneta foſſe compoſto di lire, e ſoldi, ſi riduce il valor d'ambidue in ſoldi, e così dell'altre denominationi di valore, e quando fatta queſta riduttione riuſciſſero i numeri troppo grandi, baſterà prendere, d'ambidue li numeri eſprimenti il valore, vna medeſima parte aliquota. Per eſſempio s'hanno a ridurre Ongari in Doppie; eſſendo il valor dell'Ongaro 17 giulij, quello della Doppia 30 gulij, è manifeſto, che 30 Ongari ſono 17 Doppie, perche l'iſteſſo numero ſi produce prendendoſi trenta volte il 17, e prendendoſi dicisette volte il 30. Dunque il numero de gl'Ongari al numero delle Doppie ſarà reciprocamēte come il valor della Doppia al valore dell'Ongaro. Perciò aperto ad arbitrio lo Stromento, prendo con vn compaſſo l'interuallo 30. 30, e con vn'altro compaſſo l'interuallo 17. 17. Poſcia per ridurre vn numero d'Ongari in Doppie, applico il primo compaſſo all'interuallo corriſpondente al numero dato de gl'Ongari, & il ſecondo compaſſo con la ſua apertura caderà nel numero competente delle Doppie, ò ſe ſi foſſe preſa vna parte aliquota del numero de gl'Ongari, s'haurà ſimile parte del numero delle Doppie. Così ſe foſſero dati 180 Ongari, prendo la metà, che è 90, & applico l'apertura del primo compaſſo all'interuallo 90.

90; & il secondo compasso applicato, caderà al 51.51. Dunque conchiudo, che 90 Ongari sono Doppie 51, e perciò 180 Ongari sono Doppie 102. Per il contrario se volessi cambiar Doppie in Ongari, al numero delle Doppie applico il secondo compasso, con cui si prese il valore delli Ongari; e l'altro compasso darà il numero de gl'Ongari: Siano date Doppie 204, perche il numero è troppo grande, piglio la sesta parte, che è 34, & applico il secondo compasso con la sua apertura all' interuallo 34. 34. e poi l'altro compasso cadendo nell'interuallo 60.60, mostra, che si come il 34 era la sesta parte del numero delle Doppie, così il 60 è il sesto del numero de gl' Ongari, onde Doppie 204 si cambiano in Ongari 360.

Che se il valore è composto di diuerse specie, come in Venetia lo Scudo è lire 9 soldi 6, & il Zecchino nuouo lire 17, conuien risoluer tutto in soldi, si che lo Scudo è soldi 186, & il Zecchino soldi 340, e perciò 340 Scudi sono Zecchini 186, e nella stessa proportione sono le parti aliquote simili. Onde perche il 340, & il 186 son troppo grandi, si prende la lor quarta parte 85, e 46 ½, come se questo fosse il valore (pigliandosi adesso non più il valor in soldi, mà in grossetti, essendone 85 grossetti in vn Zecchino, e 46 ½ in vno Scudo) e si opera come di sopra.

Auuertasi in queste operationi essere molto meglio, e più sicuro, quando quella prima apertura dello Stromento arbitraria si piglia assai grande, perche poi nelle seguenti operationi riesce maggior distintione, senza pericolo di prender vn' intiero di più. Vero è che questa operatione, come meccanica, non darà la precisione della frattione aderente a gl'intieri, ma questa poi si troua, essendo assai hauer subito notitia de gl'intieri con qualche facilità. Come nel proposto essempio si vuol sapere quanti Zecchini ci vogliono per far la somma di cento scudi. Presi gl' interualli 85, e 46 ½, applico il maggiore all'interuallo 100.100, che è il numero dato degli scudi, & il minore veggo esser più di 54, e meno di 55, onde dico li 100 Scudi cambiarsi con Zecchini 54, & alcune

lire

lire di più: E questo si trouano paragonato insieme il valore di 100 Scudi, e di 54 Zecchini, poiche la loro differenza, è quello, che deue aggiungersi alli 54 Zecchini trouati.

E questo che s'è detto della trasmutatione delle monete tra di loro, si deue intendere di tutte l'altre misure, ò siano dell'istesso paese con diuerse denominationi, o siano di paesi diuersi con l'istessa denominatione sì, ma con grandezze diuerse; perche hauutasi la loro proportione, si tramutano con proportione reciproca. Così perche lo stadio Romano è passi 125, & il miglio passi 1000, mille stadij Romani sono 125 miglia Romane: e perche lo stadio Greco era di piedi antichi Romani 600, e lo stadio Alessandrino di piedi 720, è manifesto, che 600 stadij Alessandrini erano 720 stadij Greci: Onde si vede correr quì la stessa operatione, che s'è detta per la trasmutatione delle monete.

Ma forsi troppo lungamente ci siamo fermati in mostrare questo vso dello Stromento di Proportione nella Regola del Trè, per desiderio d'esser meglio intesi dalli principianti; i quali dalle cose quì dette, potrãno raccogliere ciò che debba farsi in casi simili.

QVESTIONE OTTAVA.

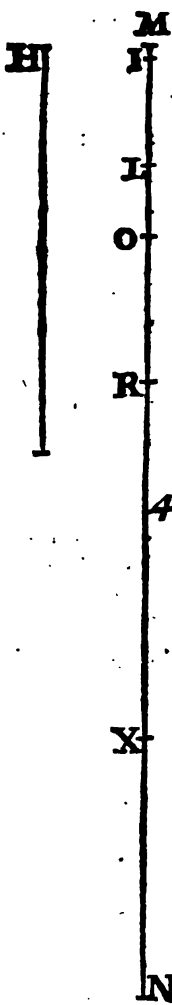
Come d'vna linea data si possano prendere particelle picciolissime quante se ne verranno.

QVesta questione in sostanza non è differente da quello, che s'è detto nella prima, e seconda questione di questo capo secondo, ad ogni modo per facilità maggiore di chi non fosse così prattico, ò non hauesse così ben compreso, ciò che iui s'è detto, si considera quì la prattica di trouare vna linea, che contenga vn determinato numero di minute particelle d'vna linea data.

E quì conuien osseruare, che sebene la linea dello Stromento non è attualmẽte diuisa, che in 100 parti vguali, ad ogni modo essendo all'occhio assai manifesta la metà di ciascuna di queste cen-

tesime, vien ad essere virtualmente segnata in 200 parti. Quindi è, che se d'vna linea applicata all'interuallo 100. 100, volessi hauere $\frac{157}{200}$, basta ch'io cerchi l'interuallo 78 $\frac{1}{2}$. 78 $\frac{1}{2}$, perche ciascuna parte delle segnate nello Stromento vale per due. Così d'vna linea data se bramo hauere $\frac{141}{153}$ diuiso per metà li 153, viene 76 $\frac{1}{2}$, & a questo interuallo 76 $\frac{1}{2}$. 76 $\frac{1}{2}$ applicata la linea data, l'interuallo del numero, che è la metà del 141, cioè 70 $\frac{1}{2}$. 70 $\frac{1}{2}$, mi darà la parte, che sarà $\frac{141}{153}$ della linea data.

Ma se volessi, che tali particelle non fossero leuate, ma aggiunte ad vna linea vguale, ò moltiplice alla data; se bene basterebbe tirar vna linea indefinita, e da quella leuar vna parte vguale, ò moltiplice alla data linea, & a questa parte leuata aggiungere le sudette particelle; ad ogni modo alle volte per ragione, ò della picciolezza della linea, ò del poco numero di dette particelle, riuscirebbe incommodo il prenderle separatamente: Perciò in tal occasione applicata la linea data al numero, che è la metà del denominatore delle particelle, si intenderanno gl'intieri vguali alla data linea risoluti in simili particelle, & alla lor somma aggiunto il numero delle particelle: ò più tosto intendasi vna sola parte vguale alla linea data risoluta in tali particelle, con l'aggiunta del loro numero; e la metà di tal somma darà il punto nello Stromento, doue si trouerà la linea, che si cerca.

Per essempio nella fig. 4. è data la linea H, e ne vorrei vna, che della detta linea fosse 1 $\frac{71}{100}$. Perche 100 è il denominatore delle particelle, applico la linea H all'interuallo 50. 50. Dipoi intendo quell'altra linea nella parte vguale alla H diuisa in 100 particelle; e perciò tutta sarà $\frac{171}{100}$ della H. Dunque

que la metà di 171, cioè l'interuallo 85 ½. 85 ½, mi darà nell' indefinita MN la parte MX, che sarà $1\frac{71}{100}$ della linea H. Che se hauessi voluto vna linea, che di detta linea H fosse $4\frac{71}{100}$; haurei in vna linea preso trè volte la lunghezza della H, & a queste haurei aggiunta questa trouata MX; e tutta la linea composta saria stata quella, che si cercaua.

E questo che s'è detto delle parti centesime, s'intende, quando la linea data non è così grande, che se ne possa prender ò il quinto, ò il decimo, ò altra tal parte da potersi commodamente applicar allo Stromento. Poiche se la data linea fosse così grande, che se ne potesse prendere la quinta parte, & applicarla all'interuallo 100. 100, si potriano hauere le millesime, prendendo quel numero di millesime, che auanza, cauatine tutti li quinti del mille, cioè tutti li 200, & applicando la metà del resto all'interuallo, che gli corrisponde. Come se si volessero $\frac{792}{1000}$ della linea; questa diuisa in cinque parti, & applicato vn quinto d'essa all'interuallo 100. 100, cauo dal 792 trè volte il 200, e perciò prendo vna linea, che sia trè quinti della data, e questa sarà $\frac{600}{1000}$: il resto 192 applico all'interuallo della sua metà, cioè a 96. 96, & aggiunta alli detti trè quinti la longhezza trouata in questo interuallo, tutta sarà $\frac{792}{1000}$ della data linea. E questa aggiunta al doppio della linea data, sarà vna lunghezza, che sarà alla data come $2\frac{792}{1000}$. E così dell'altre.

Nella stessa maniera se la linea data fosse così lunga, che la sua decima parte potesse commodamẽte applicarsi all'interuallo 50. 50, commodissimamente si trouerà vn' altra linea in proportione superpartiente di millesime; perche essendo vna decima della linea applicata al 50. 50, s'intende detta Decima diuisa in 100; e così tutta la linea in 1000. Onde ogni metà de' punti segnati nello Stromento, valendo vna centesima della Decima, vien ad esser $\frac{2}{1000}$ della linea intiera. Quindi se della linea data, la cui Decima s'è applicata all' interuallo 50. 50, vorrò vn'altra linea, che sia $1\frac{96}{1000}$, prendo il numeratore, come se fosse 196, e la sua metà 98

ap-

applico all'interuallo 98. 98, e questa lunghezza aggiungo à noue decime di tutta la linea, poiche ne presi vna da principio. E generalmente in questo metodo d'operare, tutto il numero si butti in millesime, e poi delle centenara, che sono in tal numero, si prendono tante decime della data linea, ma vna di meno, e col resto s'opri come s'è detto. Così si voglia vna linea, che sia della data $3\frac{240}{1000}$; tutto è 3240 millesime: delle 32 centenara ne piglio 31, e così replico la data linea trè volte, e v'aggiungo vna decima: del resto 140 opro come s'è detto, & aggiungo a questa linea di 31 decime della data l'interuallo 70. 70, che è la metà di 140: & in tal modo sarà la linea $3\frac{240}{1000}$ delle data.

CAPO TERZO.

Come s' habbia a diuider il Compasso di Proportione per le Superficie Piane, & vso di questa linea Geometrica.

POiche queste cose non si scriuono per huomini dotti, conuien ricordar à quelli, che sono men'esperti, che figure simili son quelle, che tra di loro hanno gl'angoli vguali (abenche gl'angoli di ciascuna siano tra di se disuguali) & i lati, che fanno gl'angoli in vna, sono proportionali alli lati, che fanno gl' angoli vguali nell'altra figura; come le definisce Euclide nel principio del libro 6, & i lati, che nell'vna, e l'altra figura si corrispondono, si chiamano *Lati Homologi*. In oltre (come si dimostra nella 19. e 20 del lib. 6.) così li triangoli, come l'altre figure poligone simili, hanno tra di loro la proportione duplicata, della proportione, che si troua tra li lati Homologi; cioè continuando la proportione de' sudetti lati, come il primo termine al terzo, così le figure tra di loro. Onde se per cagion d' essempio vn lato è la metà dell' altro, conuien continuare la proportione di 1 a 2, con vn terzo termine, e sarà 4; e così la proportione di quelle due su-

superficie piane simili, è come 1. a 4. Così se li lati fossero come 2 a 3, questa proportione si continua in trè termini, cioè 4, 6, 9, e le superficie sono tra di loro come 4 a 9: e così di tutte l'altre.

Ora si come nelli numeri, quando son trè minimi numeri continuamente proportionali, li due estremi sono numeri quadrati, per il primo corollario della prop. 2. del lib. 8. e li numeri piani simili hanno la proportione duplicata della proportione de' lati Homologi, per la 18. del lib. 8. onde ne siegue, che li numeri piani simili hanno tra di loro la proportione de'Numeri Quadrati de' lati Homologi; Così parimenti le superficie piane simili, hauendo la proportione duplicata de' lati homologi, la qual proportione istessa si troua tra li quadrati de'sudetti lati homologi, si dicono hauere tra di loro la proportione delli quadrati de' lati homologi; E se bene si potria dire, che dette superficie simili hanno la proportione de' triangoli simili, e similmente posti sopra li detti lati homologi; ad ogni modo per esser grande la varietà de'triangoli simili, che sopra detti lati si ponno intendere, perciò si dice più tosto, che hanno la proportione de' quadrati di detti lati, poiche per la vgualianza de gl'angoli, e de' lati, che è nel quadrato, dato vn lato, e conosciuto tutto il quadrato.

Quindi è, che per conoscere qual proportione habbiano due figure simili, basta conoscere qual proportione habbiano li quadrati de' loro lati homologi. E per il contrario conosciuta la proportione de'quadrati, si manifestarà quella de'lati, la qual è subduplicata di quella de' quadrati. Onde se saranno date due linee, e si desiderino due quadrati nella proportione di dette due linee, conuien trouar tra quelle vna media proportionale, & i quadrati della prima, e della seconda hanno la proportione della prima alla terza: e ciò che de' quadrati si dice, s'intenda anche delle figure simili, e similmente poste sopra la prima, e seconda linea delle trè continuamente proportionali. Perciò volendo sopra vna linea retta segnar i lati di figure simili, le quali habbiano vna determinata proportione, basterà che sopra detta linea si segni-

gnino i lati de' quadrati nella stessa proportione. E questi sono facili a trouarsi per la 47. del lib.1.

Per venir dunque all'atto di segnar, e diuidere lo Stromento per seruircene nelle superficie piane, si tiri dal centro A, nella fig. 10. vna linea retta AZ; & vn'altra vguale AS: le quali non è necessario segnare sin ad A, ma basterà, che comincino à vedersi in F, e G; in maniera tale però, che la distanza AF sia capace di 15 diuisioni, caso ch'ella fosse ⅛ di tutta la AZ; di che si vedrà la ragione poco appresso.

Di poi la distanza AF dal punto F si vada replicando nella linea AZ, in maniera, ch'ella venga diuisa in parti vguali; che quì non ponno commodamente essere più di 8. Ma per far più diuisioni conuerrebbe, che lo Stromento fosse più lungo. E ciò che si dice della linea AZ, si faccia anche nella AS, senza che habbiamo più di mestieri di ricordarlo. Alli punti notati si scriuano li numeri quadrati, intendendosi nel punto F 1, e così ne gl'altri, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, i quali sono li numeri quadrati di 2, 3, 4, 5 6, 7, 8, conforme, che A4 è dupla di AF, & A9 è tripla della stessa AF, e così dell' altre. E più volontieri da me si notano le diuisioni di tal linea con li sopradetti numeri quadrati, acciò quelli stessi manifestino l'vso di tal linea essere per le figure piane. La ragione poi di notare tali numeri è, perche essendo A4 doppia di AF, il quadrato di A4 è quadruplo del quadrato di AF: e perche A9 è tripla di AF, il suo quadrato è nuncuplo, e così de gl'altri.

Volendosi dunque notare su la linea AZ i lati de' quadrati, che vanno crescēdo secondo l'ordine naturale de' numeri, si vede che essendo dall'vnità al 4 la differenza 3, e dal 4 al 9 la differenza 5, dal 9 al 16 la differēza 7, e così di mano in mano aggiungendo li numeri dispari, necessariamente ne siegue, che delle sette parti della linea F 64 la prima si diuide in trè, la seconda in cinque, la terza in sette, la quarta in noue, la quinta in vndici, la sesta in tredeci, e la settima in quindici. Perciò si disse, che la distanza AG, ò AF, che si piglia per il lato del primo Quadrato, douea esser tanto

lon-

yo-
ffe
ef-
lti-
do
i è,
ra,
io-
co-
or-
do
iffe-
apo

Qua-
ale,
a di
liffi-
nea
ren-
n 4,
ri la
gni
en-
an-
Per-
iso-
A sia
AC.

AD
risce
di

gni
cili
P
per
10.
ceff
F, e
diui
gio
I
nea
non
fion
dice
più
ri qu
25,
con
così
line
ftin
not
to d
AF,
V
van
effe
dal
num
dell
te
lon-

lunga, che fosse capace di 15 diuisioni. Onde apparisce, che volendosi proseguire oltre 64, conuerrebbe che lo Stromento fosse assai più lungo, acciò la AF si pigliasse così grande, che vi si potessero commodamente notare tutte le diuisioni necessarie per l'vltima parte, le quali, come s'è accennato, vanno sempre crescendo di moltitudine, conforme crescono li numeri dispari. Quindi è, che riuscendo queste diuisioni tra di loro disuguali, & in maniera, che la distanza dal centro A à ciascun punto non hà la proportione del numero, che gli corrisponde, cioè A 1 ad A 2, non è come à 2, anzi più tosto A 2 è tra A 1, & il suo duplo Media Proportionale di medietà Geometrica; perciò questa linea in tal modo diuisa può, e suole da molti chiamarsi linea Geometrica, à differenza della prima, che habbiamo chiamato Aritmetica nel Capo precedente.

Ma per fare nella linea AZ le diuisioni per notar' i lati de' Quadrati moltiplici del Quadrato di AF, secondo l' ordine naturale de' numeri, è necessario sopra vn piano (e sarà ottima vna lastra di rame ben pulita, poiche in essa appariscono facilmente li sottilissimi segni, che si faranno colla punta del compasso) tirar vna linea vguale alla AZ dello Stromēto, & in essa, come nella fig. 11. prender AC vguale alla AF, dello Stromento, e questa replicarla in 4, 9, 16 &c. E per hauer poi le altre diuisioni, dal punto A si tiri la perpendicolare AB vguale alla AC: ma auuertasi di metter ogni diligenza per farla giustissimamēte perpendicolare, e precisamente vguale alla AC; perche in vna di queste due cose, che si manchi, ridonda poi nelle diuisioni non picciola imperfettione. Perciò sarà bene fare la sudetta perpendicolare più lunga del bisogno, acciò si possano far le pruoue più accertate, se l'angolo A sia retto: e trouatosi retto, allhora se ne taglia la AB vguale alla AC. E ciò fatto, tutto è preparato per le diuisioni desiderate.

Prendasi dunque la distanza BC, e si traporti in AD, e sarà AD il lato del Quadrato duplo del Quadrato di AC; come apparisce dalla 47. del lib. 1. essendo vguali tra di se i lati AB, AC. Quindi

presa la distāza BD si trasporti in AE, e questo sarà il lato del quadrato triplo del quadrato di AC; perche il quadrato di BD, cioè di AE è vguale alli quadrati di DA, & AB, cioè a trè quadrati di AB, cioè di AC. E così susseguentemente pigliando la distanza B4, e trasportādola dal punto A, s'haurà il lato del quadrato quintuplo, & in tal maniera si procederà in ciascun punto, pigliando la distāza da quello al pūto B, e traportādola sù la linea, che si diuide.

E per non far molta fatica poco vtilmente, facēdo diuisioni non tanto aggiustate, si potrāno di tāto in tāto nel progresso far alcune proue per vedere, se le diuisioni son fatte giustamente. Ora perche A4 è il doppio di AC, cioè AB, presosi da principio, nè se ne può fisicamente dubitare, prenderemo la distanza A4, e posto vn piede del compasso in B, vedremo se l'altro piede cade giustamente in E, e sarà segno, che AE è presa giustamente per il lato del triplo Quadrato. E perche AE fù fatta vguale alla BD, sarà anche segno, che AD fù presa con precisione. Ma per essaminar anche di vantaggio se AD sia giusta, ella si replichi in H, si che AH sia doppia di AD: dunque il quadrato di AH è quadruplo del quadrato di AD; e perche il quadrato di AD si suppone duplo del quadrato di AC, ne seguirà, che il quadrato di AH sia ottuplo di quello di AC. Dunque in H cade la diuisione 8. Ora prendendosi la distanza A9, si traporti dal punto B in H, poiche essendo BH lato del quadrato noncuplo, sarà manifesto, che AH è lato dell'ottuplo, e per consegueza AD del duplo, come si cercaua d'essaminare. Che se in queste proue non si trouassero corrispondersi li punti così precisamēte, di nuouo s'essamini la rettitudine dell'angolo A, e l'vguagliāza di AB cō AC, & emendate queste si proceda auāti.

Trouati giusti questi punti essaminati, con essi se ne potranno essaminare de gl'altri, ò anche da principio notare con sicurezza, perche se AD replicata in H cade nel 8, replicata di nuouo darà il lato del quadrato noncuplo di AD, cioè 18, e di nuouo replicata darà il lato del sedecuplo, cioè 32, e presa la quinta volta caderà nel termine del lato del Quadrato, che contiene 25 volte il Quadrato

drato di AD, cioè 50 volte il primo Quadrato di AC. Così parimenti AE, che è 3 duplicata darà 12, triplicata darà 27, quadruplicata 48. Così A 5 duplicata darà 20, e triplicata 45. A 6 duplicata darà 24, e triplicata 54. A 7 duplicata darà 28, e triplicata darà 63. A 10 duplicata darà 40. A 11 duplicata darà 44, e così dell'altre fin'à A 15, che duplicate darà 60.

Per essaminare poi gl'altri punti, si prenda da vno di questi già certi, e determinati la distanza fin'à B, e s'applichi in A, e caderà nel punto prossimamente maggiore; di nuouo si prēda dall'istesso punto fin'ad A, e s'applichi in B, e caderà nel punto prossimamente minore, se da principio s'oprò giustamente. Come per essempio, habbiamo certo il punto di 16, prendo la distanza B 16, e dourà darmi A 17; e così A 16 dourà dare B 15: il che se sarà, mostrerà, che quando si prese B 14 per notare A 15, s'era oprato bene. E così de gl'altri.

Fatte sù la lastra di rame queste diuisioni (le quali fatte vna volta per vno stromento, seruiranno all'Artefice per molti altri senza nuoua fatica) altro non resta, che con diligenza traportarle sù la linea AZ dello stromento; e nello stesso tempo, che vna diuisione si segna nell'AZ, si deue segnare nell'AS, acciò ciascuna sia vgualmente presa dal centro A. E nel traportarle stimo sarà più facile, e sicuro prender sempre nella linea la distanza di ciascun punto dall'A: se forsi nel progresso, quando conuien'allargar'assai il compasso, non si giudicasse di prendere le distanze da traportarsi da vn qualch'altro punto più vicino; nel che l'isperienza insegnerà a ciascuno ciò, che gli tornerà più a conto per la facilità d'oprare, e per la sicurezza della precisione, & aggiustatezza nacessaria al fine preteso. Ma se tirate sù lo stromento le linee AZ, & AS, ti fidassi d'allargar lo stromento in modo, che fossi sicuro, che le dette due linee facessero vn'angolo retto (il che conosceresti con l'applicatione d'vna squadra giustissima, ouero fatto vn quadrato d'vna linea vguale ad AF, allargassi lo stromento in modo, che il diametro di detto quadrato fosse l'interuallo FG) in tal caso, senza traportar

F 2 le

le diuisioni fatte prima in vna lastra, si potriano far' immediatamẽte nello stesso stromento ritenuto in quella apertura, poiche è lo stesso, che se fosse vna lastra.

Se ben'il modo fin'ora prescritto per segnar'i lati de'quadrati è sicurissimo, e Geometrico, e perciò il più preciso; niente dimeno ò gl'Artefici non vorranno prendersi tanta briga, la quale forsi stimeranno maggiore di quello, che realmente è, ò alcuno temerà, che quello traportare li punti della lastra sù lo stromẽto possa portar qualche variatione, ò anche si vorrà con altro modo di operare prouare, quanto precisamente siano notati li punti in questa linea quadratica, ò Geometrica, che chiamar la vogliamo. Perciò ecco vn'altra forma mecanica, in cui ci seruirà la linea Aritmetica del Capo precedente.

Questo consiste in estrarre la Radice quadrata di ciascun numero dall'1 fin'al 64, come se fosse quadrato: e se ben'è certo, che non essendo tutti quadrati, non hanno precisamente la Radice, ad ogni modo si può auuicinar'assai alla vera Radice, con inuestigare in parti millesime la frattione, che s'aggiunge al numero intiero. Il che si fà con aggiunger'al numero, la cui radice quadrata si cerca, sei zeri, poiche così verrà vna radice di quattro figure, e l'vltime trè saranno millesime: così per hauere la radice di 3, cauo la radice quadrata dal 3000000, e venẽdo 1732, dico la radice del 3 esser $1\frac{732}{1000}$. E così de gl'altri numeri, come nella tauole quì aggiunta si può vedere; in cui dirimpetto à ciascun numero stà la sua radice, le cui trè vltime figure sono millesime parti dell'vnità. Ma perche nè meno si vien precisamente nel numero delle millesime, perciò quando vi si dourebbe aggiunger qualche cosa, s'è posto il segno †; come quando l'vltima figura è vn poco troppo grande, e si douria leuar qualche cosa, s'è posto il segno ∸ Tutta però la differenza dell'aggiunger, ò leuare non arriua ad vna millesima; onde si vede, che nell'operatione ordinaria di stromento non molto grande non può esser la differenza d'vna punta di compasso; e perciò si può adoprare francamẽte tutto il numero notato.

E per

Tauola de' numeri con le sue Radici Quadrate espresse in particelle Millesime dell'Vnità.

Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici	Quad.	Radici
1	1000	17	4123†	33	5744†	49	7000
2	1415-	18	4242†	34	5830†	50	7071†
3	1732†	19	4359-	35	5916†	51	7142-
4	2000	20	4472†	36	6000	52	7212-
5	2236†	21	4582†	37	6082†	53	7280†
6	2450-	22	4690†	38	6164†	54	7348†
7	2646-	23	4796-	39	6245-	55	7416†
8	2828†	24	4898†	40	6324†	56	7484-
9	3000	25	5000	41	6404-	57	7550-
10	3162†	26	5099†	42	6480†	58	7616-
11	3316†	27	5196†	43	6558-	59	7682-
12	3465-	28	5292-	44	6633†	60	7746-
13	3606-	29	5386-	45	6708†	61	7810†
14	3742-	30	5478-	46	6782†	62	7874†
15	3872†	31	5568-	47	6856-	63	7937†
16	4000	32	5656†	48	6928†	64	8000

E per sodisfar'al dubbio, che alcuno potria hauere, per qual cagione potendosi tutte le Radici notare vn poco maggiori, ò tutte vn poco minori, altre si siano notate maggiori del douere col segno --, altre minori col segno †; dico essersi ciò fatto, perche la radice vera è più vicina al numero segnato, che à quello, che fosse minore, ò maggiore per vna millesima: e poi s'è hauuto risguardo di far sì, che con questa alteratione ora di più, ora di meno si vēga a conseruare quanto si può la giusta misura, la quale aggiunte insieme quelle piccole, & insensibili differenze, nel progresso verrebbe ad alterarsi notabilmente.

Che se la lunghezza del lato del primo quadrato non fosse tale, che occorresse esser sollecito delle parti millesime, basterà prendere le centesime, lasciando l'vltima figura della tauoletta, massime se hauesse aggiunto il segno -- e fosse minore di 5: e se quest'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse aggiunto il segno †, potrà

trà accrescersi la penultima figura d'vn' vnità. Come per essempio, la radice di 2 è 1, 415, basterà prendere 141, cioè applicata AF all'interuallo 50. 50 (come s'è detto nel Cap. 2. Quesi. 8.) pigliare l'interuallo della metà di detto numero, cioè 70½. 70½. e questa sarà la lunghezza di A 2, lato del quadrato duplo. Per il contrario la radice di 8 è 2828 †, perche l'vltima figura è 8†, accresco la figura penultima 2 d'vn'vnità, onde sia la radice in centesime 283; e così considerata questa, come se fosse 183, prẽdo l'interuallo della metà 91½. 91½, e dal punto F traportandolo, sarà tutta la A8 radice del quadrato ottuplo; e così de gl'altri. Quãdo poi l'vltima figura fosse maggiore del 5, & hauesse il segno —, ouero minore del 5 col segno †, si può sicuramente prendere, come se non fosse senza pericolo di sbaglio notabile, massime quãdo nella radice antecedente si fosse aggiunta l'vnità alla penultima figura nel modo detto.

Ma se volessi ampliar l'vso di questa linea Geometrica à numeri moltiplici delli numeri in essa segnati, cioè alli doppij, tripli &c. basterà nella AF per FG lasciate occulte, segnare il lato de' quadrati submultiplici del quadrato di AF; perche con vn compasso prendi la lunghezza AF, e questa applica all'interuallo 2. 2. Dipoi ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prendi l'interuallo FG, e questo traportato dal punto A nelle linee AF, AG, segnerà il punto del lato del quadrato, che è la metà del quadrato di AF. Nell'istesso modo la lunghezza AF applica all'interuallo 33, e l'interuallo FG darà la quantità da segnarsi nelle linee AF, AG, e sarà il lato del quadrato, che è la terza parte del quadrato di AF. E così procedendo in altri numeri, se vorrai la quarta, ò quinta, ò sesta parte del quadrato di AF. Quindi è, che cercando il lato d'vn quadrato, che sia al quadrato dato di AF, come 112 à 1, sarà l'istesso, che trouare quello, che sia come 56 à ½ del quadrato AF; ouero volendo vn quadrato, che sia come 147 à 1, sarà l'istesso, come se volessi quello, che è come 49 à ⅓ del quadrato di AF. Nel che sarà vn gran compendio nell'operare. Noi però di fatto non habbia-

mo

mo segnato questi punti delle parti del quadrato di AF, per sfuggire la confusione del Lettore, acciò nella figura vedendo li moltiplici, e li submoltiplici di AF, non prendesse gl'vni in vece degl'altri.

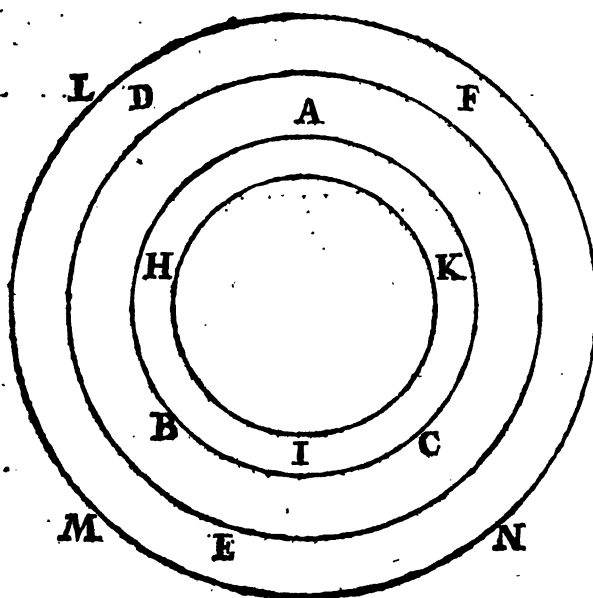
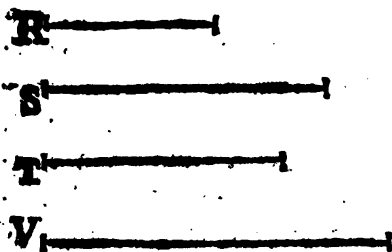
E per non replicar più volte l'istesso con tedio di chi legge, auuerti, che questo stesso, che s'è detto del segnare le parti del quadrato in questa linea Geometrica, si potrà far anche nella linea cubica, di cui si parlerà nel Capo seguente, adoprando l'istesso modo per segnare nelle AH, AI i lati de' cubi submoltiplici. Onde proposta vna proportione moltiplice, il cui termino maggiore supera il massimo segnato nello stromēto, diuidi tal numero per vno delli denominatori delle parti notate, & il quotiente darà l'intiero, che hà alla detta parte l'istessa proportione; come apparisce essere 147 à 1, come 49 à $\frac{1}{3}$.

QVESTIONE PRIMA.

Data vna figura regolare, come si possa descriuerne vn'altra della stessa specie nella proportione, che si desidera.

FIgura Regolare si chiama quella, che hà ne' suoi termini, da' quali è compresa, tutte le parti vniformi; perciò quelle, che hanno molti lati, & angoli, saranno Regolari, se saranno Equilatere, & Equiangole; & il Circolo se bene non hà propriamente parlādo ne' lati tre angoli, è però figura regolare, perche le parti della circonferenza, che lo termina, sono vniformemente disposte: il che non si può dire dell'Ellipsi, della Parabola, nè dell'Hiperbola, perche con tutto che i termini di tali figure siano regolati da certe, e determinate conditioni, non sono però in ogni sua parte vniformi. Quindi è, che delle Fortezze alcune si chiamano Regolari, perche la figura, che si fortifica è Regolare, cioè Equilatera, & Equiangola. E se bene è manifesto, che non tutte le linee della fortificatione sono tra loro vguali, essendo certo, che la faccia del Bi-

loardo,

loardo, la spalla, ò fianco, e la cortina, sono tra di loro disuguali; ad ogni modo, perche tutte le cortine tra di loro, tutte le spalle de' Baloardi tra di loro, e tutte le faccie tra di loro sono vguali, anche per questo capo si puonno chiamar Regolari, à differenza de gl'Irregolari, doue le cortine sono tra di loro disuguali, e le parti d'vn Baloardo non son vguali alle lor' homogenee d'vn'altro Baloardo. Noi però qui parlando di figure Regolari, prendiamo quelle, che assolutamente parlando son'Equilatere, & Equiangole, considerandole assolutamente in se stesse, e non come ordinate nel circolo.

Sia primieramẽte data in numeri la proportione, che deuono hauere le due figure regolari simili; & applicato il lato della figura data al numero delle linee Geometriche AZ, AS, l'interuallo, che sarà al numero, che corrisponde alla figura cercata, darà il lato, che si desidera. Per cagione d'essempio nella figura 12. sia data la linea R lato dello spatio, in cui stà ordinata vna Battaglia quadra di terreno, e vogliamo vn'altr'area pur quadra, che sia il doppio, e quattro quinti della prima:

prima, sì che la proportione della prima alla seconda è di 5. à 14. Applico dunque la linea R all'interuallo 5.5, e poi l'interuallo 14. 14 mi darà la linea S lato del quadrato, che si cerca.

La dimostratione di ciò non è punto differente da quella, che s'apportò per fondamento nel Capo 1. Sia nella figura 2 AH vguale all'A 5, & AE vguale all'A 14: HI sia la linea R, & EL la linea S. Ora perche come AH ad AE, così HI ad EL, come già si dimostrò, sarà anche come il quadrato d'AH al quadrato d'AE, così il quadr. di HI, cioè di R, al quadr. d'EL, cioè di S, per la 22 del lib. 6: li due primi quadr. sono come 5 à 14, per la costruttione dello stromento, dunque anche li quadr. di R, & S hanno la stessa proportione.

Dalla stessa propositione 22 del lib. 6 si dimostra, che qual si voglia altra specie di figure simili, e similmente poste sopra le due seconde linee R, & S, siano di quanti lati, & angoli essere si vogliano, hanno tra di loro la proportione de' quadrati delle due prime linee segnate sù lo stromento: E così se la linea S fusse data lato d'vn pentagono regolare da fortificarsi, e volessimo metter'in dissegno vn'altro pentagono minore nella proportione di 14 à 10, applicata la linea S alli punti 14. 14, prendasi la distanza 10. 10, e sarà la linea T lato del pentagono regolare, à cui mācano due settimi del maggiore pentagono.

E perche spesso occorre, che douendosi vn dissegno trasportare di grande in piccolo secondo vna data proportione, & il lato dato è così grande, che non capisce nello stromento; prēdasi vna parte aliquota di detto lato, e con essa s'operi, come se fosse il lato stesso, perche si trouerà la parte aliquota simile del lato cercato; come se la sopradetta linea S fosse la sesta parte del lato del pentagono maggiore, la linea T trouata sarà la sesta del minore. Perche come S à T, così il sestuplo di S al sestuplo di T, dunque per la 22 del 6, come il pentagono di S al pentagono di T, cioè come

14 à 10, così il pentagono del sestuplo di S, al pentagono del sestuplo di T.

Per il contrario volendosi trasportar'vn dissegno d'vna figura regolare di piccolo in grande, può esser'il lato dato tale, che non capisca nell'interuallo del minore de' due numeri esprimenti la proportione; & in tal caso si trouino altri due termini maggiori nella stessa proportione. Come per essempio, si debba trouar'il lato d'vn poligono maggiore del poligono dato nella proportione di 3 à 2. Perche il lato S dato non capisce nell'interuallo 2. 2, in vece delli due numeri 2, e 3, prendo 14, e 21 nella stessa proportione; & applicato il lato S al punto 14. 14, la distāza 21. 21, cioè la linea V sarà il lato cercato del poligono sesquialtero del dato.

Ciò che de' poligoni regolari si dice, dee intendersi anche de' circoli, i quali, per la 2 del lib. 12 sono nella proportione de' quadrati de' suoi diametri: e perche li quadrati de' diametri sono quadrupli de' quadrati de' semidiametri; saranno anche i circoli nella proportione de' quadrati delli semidiametri. Sì che volēdo due circoli in vna determinata proportione, basterà trouar' i lati de' quadrati nella stessa proportione, e quelle linee saranno li semidiametri de' circoli nella bramata proportione. Sia data la forma per improntar'vna moneta d'argento; e se ne vuol far vn'altra per improntar vna moneta, che nella stessa grossezza sia il doppio della prima. Sia la linea R il semidiametro della moneta ABC: applico R al punto 5. 5, e preso l'interuallo 10. 10, trouo T semidiametro della moneta DEF, che sarà doppia della prima: perche essendo ambidue della stessa grossezza, come si suppone, hanno la proportione delle lor basi circolari, per la 11 del lib. 12, e queste hanno la proportione de' quadrati delli loro semidiametri, come s'è detto; e tali quadrati sono come 10 à 5, cioè vno doppio dell'altro.

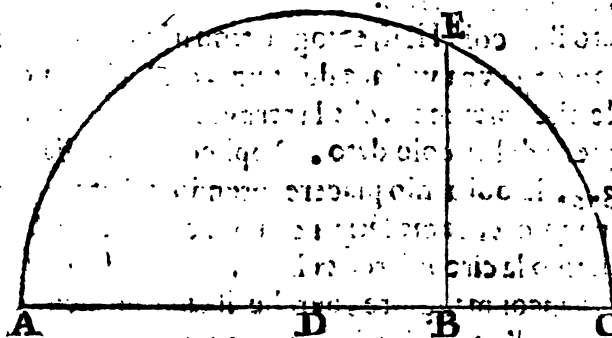
Di quì vedendosi, che cauato il circolo minore dal maggiore, resta il cingolo, ò annello DEFABC vguale al circolo minore ABC, perche egli è la metà del maggiore, si raccoglie il modo di tro-

trouar'vna portione annulare, che habbia la bramata proportione ad vn circolo dato, ò ad vn'altra portione annulare. Primieramẽte dal circolo ABC si voglia cauar'vna portione, che sia ⅖ dello stesso circolo. Veggo, che basta trouar'il semidiametro d'vn circolo, che sia al dato circolo, come 3 à 5, & applicato il semidiametro dato al 5. 5. l'interuallo 3. 3 mi dà il semidiametro del circolo HIK, che descritto dallo stesso centro lascia il cingolo ABCKHI, che è ⅖ del dato circolo ABC.

Secondo. E' dato il circolo HIK, e voglio trouar'vna portione annulare, che lo contenga vna volta, e due terzi, cioè, che sia come 5 à 3, ma che le circonferenze, che la terminano siano ambidue maggiori di quella del circolo dato. Applico il semidiametro dato al punto 3. 3. E poi à mio piacere prendo vn'interuallo di qualche punto maggiore, come saria 10. 10. e con questo dallo stesso centro descriuo la circonferenza DEF. Quindi se voglio l'altra circonferenza ancor maggiore, perche il cingolo deue essere come 5 à 3, prendo l'interuallo di cinque punti più distãti dal 10. 10, cioè 15. 15, e descritta la circonferenza LMN sarà il cingolo LMNFDE al circolo HIK, come 5 à 3: poiche il circolo LMN al circolo HIK è come 15 à 3: & il circolo DEF, come 15 à 10, dunque leuato DEF dal circolo LMN, quel che rimane è al dato circolo HIK, come 5 à 3. Ma se voglio, che la circonferenza maggiore sia DEF, prendo l'interuallo di cinque punti minori del 10, & è 5. 5; onde la circonferenza ABC terminarà il cingolo DEFABC, che sarà al dato circolo, come 5 à 3, come è manifesto per lo stesso discorso.

Ora dal sopradetto raccogliendosi, come li due cingoli AHBICK, & LDMENF sono come 2 à 5, è chiaro il modo di far due cingoli nella data proportione; come ciascuno senz'altro nuouo discorso può per se stesso raccoglier da quel che sin'ora s'è detto.

Ma se la proportione, in cui si deuono formare li due poligoni simili regolari fosse espressa non in numeri, ma con linee, conuerrà tra le due linee, esprimenti la proportione, trouare vna Media

proportionale, per la 13 del lib. 6, e segnate sottilmente le prime due delle tre cõtinue proportionali sù le linee Geometriche AZ, AS, (caso che nõ cadessero in alcuno de' punti in esse notati) s'applichi il lato del dato poligono all'interuallo, che gli corrisponde, maggiore, ò minore che sia; e l'altro interuallo darà il lato cercato dell'altro poligono. Sia espressa la proportione con le due linee AB, BC nella figura 13, queste si vniscano in vna, e tutta la AC diuisa per metà in D, all'interuallo DA si descriua il semicircolo AEC; e dal punto B

E

A D B C

alzata la perpendicolare BE, sarà la Media proportionale tra le due date. Dunque sù le linee Geometriche dello stromento AZ, AS, cominciando dal centro A, si segnino sottilmente colla punta del Compasso le linee BE, & AB: e se il lato dato deue esser minore di quello, che si cerca, questo s'applichi nello stromento all'interuallo, doue furono segnati li termini della BE, perche li termini della maggiore AB segnati nello stromento, daranno l'interuallo per il lato maggiore. La ragione di questa operatione è, perche come le linee segnate ne' lati, così sono gl'interualli de' loro estremi, come più volte s'è detto; dunque come i quadrati delle sudette linee, così li quadrati de gl'interualli, per la 22 del lib. 6. Ma il quadrato di AB al quadrato di BE è come la linea AB alla BC, per la 20 del lib. 6; dunque anche i quadrati de gl'interualli, cioè li poligoni simili, sono come AB à BC; come si cercaua.

Quì però deue auuertirsi, che questa operatione non è alligata

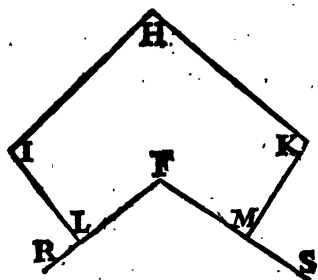
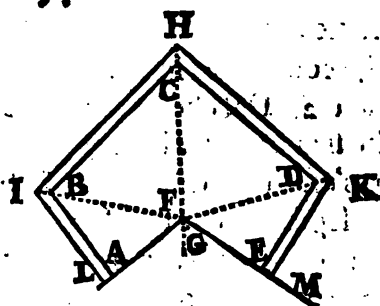
à que-

di questa linea AZ diuisa per le superficie, ma trouata la Media proportionale; si può pratticare anche con la linea semplicemente diuisa in parti vguali, come nel Capo 2. Dal che si caua, che con quella sola linea diuisa vgualmēte si puonno far le operationi de' piani, se la proportione de' numeri s'esprime in linee nella stessa proportione rationale, come s'è insegnato nella Quest. 1. e 2. del Capo 2. e poi tra queste si prenda vna Media proportionale; poiche traportate la prima, e la seconda di queste tre proportionali sul lato dello stromento, gl'interualli daranno ciò, che si cerca, come dal già detto è manifesto. Ma per leuar la briga di trouare la Media proportionale, si fà quest'altra diuisione della linea AZ per i lati de' quadrati commensurabili.

Che se la proportione fosse espressa con due figure rettilinee dissimili, & irregolari; queste, per la 14 del lib. 2, si riducano à quadrati, e poi, come il lato d'vn quadrato al lato dell'altro quadrato, così si faccia il lato del poligono regolare dato, al lato cercato del poligono simile, che si desidera.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura irregolare, come si possa descriuere vna simile nella bramata proportione.

DVe maniere si puonno tenere per venir all'essecutione di questo Problema. La prima è, pigliando i lati della figura data, e traportādo ciascuno sù lo stromento al numero corrispondente all'antecedente della data proportione, e pigliando poi, per il lato, che si cerca, l'interuallo, che dà il numero, con cui s'esprime il conseguente di detta proportione; auuertendo di far l'angolo sul fine d'vna linea trouata vguale all'angolo, che nell'istessa positura gli corrisponde nella figura data. Sia nella fig. 14. vn Baloardo ABCDEF, e se ne voglia far'vn simile, ma che sia vn quarto più di capacità, & ampiezza. Dunque il Dato al Cercato, deue

essere,

essere, come 4 à 5, ouero come 16 à 20, come più tornerà commodo esprimere la proportione con numeri maggiori, ò minori.

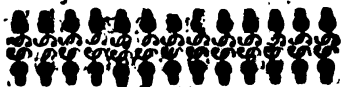
Per tanto tirate le due linee RF, FS, che facciano l'angolo RFS vguale all'angolo AFE, per la 23 del lib. 1, si prenda la mezza gola FA, e s'applichi all'interuallo 16.16, poiche l'interuallo 20, 20 darà FL, e perciò anche la sua vguale FM mezze gole del Baloardo maggiore, che s'hà à descriuere. Ciò fatto, dalli punti L, & M s'alzino due linee indefinite, che facciano l'angolo FLI vguale all'angolo FAB, e l'angolo FMK vguale all'angolo FED; & applicato il fianco AB all'interuallo 16. 16, si trouarà l'interuallo 20. 20, che sarà LI, & il suo vguale MK fiãchi del Baloardo maggiore. Quindi si faccia l'angolo I vguale all'angolo B, e l'angolo K vguale all'angolo D, e le due linee IH, KH s'incontreranno nel punto H; e sarà segno, che si sia ben'oprato, se applicãdo BC all' interuallo 16. 16, l'interuallo 20. 20 darà precisamente IH.

E' dunque il Baloardo LIHKMF in proportione sesquiquarta al Baloardo dato: poiche, per la 20 del lib. 6, più volte mentouata, sono nella duplicata proportione de' lati homologi, cioè come i quadrati di detti lati: ora perche il quadrato di AF, al quadrato di LF è come 16 à 20, cioè come 4 à 5, anche il Baloardo dato al Baloardo fatto è come 4 à 5.

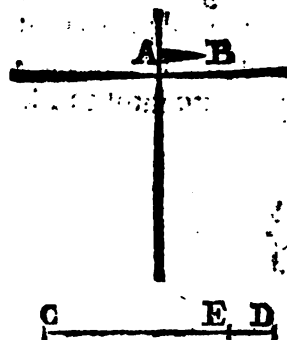
La seconda maniera è, con prender vn'angolo della figura, e da quello tirar linee rette à tutti gl'angoli, che escano fuori della figura data: poiche trouata vna sola linea sù lo stromento, con solo tirar linee parallele alli lati della data figura, sarà fatto ciò, che

si cer-

si cerca. Sia dato lo stesso Baloardo ABCDEF, e se n'habbia à fare, come di sopra, vno sesquiquarto. Prendo il punto F, e tiro la Capitale FG, prolongandola anche fuori; similmente prolongo FB, FD, FA, FE. Doppo di che applico la Capitale FG all'interuallo 16.16, e l'interuallo 20.20 mi dà FH Capitale del maggior Baloardo. Ora dal punto H tiro due parallele alle due faccie CB, CD, che rincontrando le prolongate FB, FD in I, & K, fanno le faccie del nuouo Baloardo HI, HK, e similmente dalli punti I, & K tirandosi le IL, KM parallele alle BA, DE, s'hauranno li fianchi del Baloardo maggiore, e determinaranno le sue mezze gole LF, & MF. La dimostratione è la stessa, che di sopra, per la 20 del lib. 6, essendo manifesto per il parallelismo delle linee, che così l'vno, come l'altro Baloardo sono risoluti in triangoli simili.

Fattosi il dissegno à questo modo del maggiore intorno al minore (l'istessa forma d'oprare si tiene, quando data vna figura maggiore, se ne voglia far vna minore) non è difficile il traportarlo separatamente, ò col Compasso di tre punte, soprapplicandole alli punti FLI, & alla linea FR applicando le punte, che danno la distanza FL, poiche l'altra punta mostra il punto I, per tirar la linea LI, e così di mano in mano: Ouero col Cõpasso ordinario di due punti, col beneficio de gl'archi, che si tagliano, cioè nella FR pigliasi la FL, poi all'interuallo LI si descriue vn'arco occulto, & all'interuallo FI se ne descriue vn'altro pur occulto, che tagliando il primo in I, dà il punto per tirar la LI. Similmẽte à gl'interualli IH, & FH altri due archi daranno nella lor' intersettione il punto H; e nella stessa maniera si trouerà il punto K, & il punto M: e congiunti tali punti con linee, sarà traportato il dissegno fatto intorno alla figura minore data.

Data vna linea in vn piano, come s'habbia à trouare la grandezza della linea, che le corrisponde in vn'altro piano simile nella data proportione.

OCcorre alcune volte, che essendo data vna superficie piana, in cui sono descritte varie linee, senza prendersi la briga di descriuere tutta l'altra superficie simile maggior, ò minore nella data proportione, vorriano sapere, quanta douria essere la grandezza d'vna linea, che in quella superficie da farsi corrispondesse ad vna tal linea, che habbiamo nella superficie data. L'operatione è facile, poiche basterà nello stromento prendere nella linea AZ li due numeri esprimenti la data proportione de' piani; & applicata la data linea all'interuallo del numero congruente, l'interuallo dell'altro numero darà la linea cercata.

Sia per cagion d'essempio dato in picciolo il dissegno d'vn'Orologio à Sole, e si voglia sapere, quanto maggiore dourà essere lo stile d'vn'Orologio totalmente simile in vn'altro piano dato maggiore. Se non sò quanto maggiore, sia questo secondo piano, Prêdo la lunghezza, ò la larghezza del dato Orologio, & applicatala alla lunghezza, ò larghezza del piano, in cui s'hà à descriuere il nuouo Orologio, veggo, che proportione habbiano le lunghezze tra loro, ò le larghezze tra loro (poiche è tutto il medesimo) e presi li quadrati de' numeri esprimenti la proportione di dette lunghezze, ò larghezze, questi daranno la proportione de' piani. Così se la lunghezza del dissegno si contiene sei volte nella lunghezza del piano, le superficie de gl'Orologi saranno come 1 à 36. Dunque nella fig. 15. prendo la lũghezza dello stile AB nel dissegno, e nello stromẽto

l'ap-

l'applico all'interuallo 1. 1; poiche l'interuallo 36.36 mi darà CD lunghezza dello stile per l'Orologio da descriuersi nel piano, che è 36 volte maggiore.

Egli è vero, che conosciuta la proportione de' lati delle superficie, il trouar poi queste linee si può fare per quello, che s'è detto nel primo Capo, con la linea dello stromento diuisa in parti vguali per le linee semplici, poiche tali linee hanno tra di loro la proportione de' lati delle figure simili; Ma se sia data la proportione solamente de' piani, e non quella de' lati, conuien operare con questa linea AZ dello stromento nel modo detto; e così se la proportione de' piani fosse data, come 1 à 24. la lunghezza dello stile douria essere CE, prendendosi l'interuallo 24. 24.

La dimostratione di ciò, che s'è oprato è, perche la proportione, che vna linea hà ad vn'altra linea dello stesso piano, è l'istessa con la proportione, che nell'altro piano simile hanno le due linee homologe, e permutando &c. Dunque data la proportione de' piani simili, le linee homologe de' detti piani sono tali, che li loro quadrati sono nella proportione de' piani dati. Dunque pigliandosi nello stromento tali due linee, che li loro quadrati hanno la proportione de' piani dati, quella è la grandezza cercata della linea homologa alla linea data.

Ma se occorresse, che la linea data fosse così grande, che nello stromento nõ capisse all'interuallo del numero, che le corrisponde ne' termini della proportione data, prendasi vna parte aliquota di detta linea, poiche l'interuallo dell'altro numero della proportione darà vna simile parte aliquota della linea, che si cerca; perche essendo le parti nella proportione de' suoi intieri, per la 15 del lib. 5. anche i quadrati delle parti hanno la proportione de' quadrati de' suoi intieri, per la 23 del lib. 6. Come se la proportione de' piani douesse essere, come 4 à 63, e la linea nel piano dato fosse lunga vn palmo, questa non capirebbe nell' interuallo 4. 4. prendasi dunque tal parte, che commodamente vi capisca, e sia la quinta parte; questa s'applichi all' interuallo 4. 4. e l'interuallo

uallo

uallo 63. 63 darà la quinta parte della linea, che si cerca.

Che se alcuno de' termini della proportione fosse espresso con vn numero maggiore di quelli, che son notati nella linea AZ, veggasi s'egli si può diuidere per qualche numero quadrato, e seruasi del quotiente, per pigliar nello stromento l'interuallo, che à tal numero corrisponde; e poi questo interuallo si replichi tante volte, quante vnità sono nella radice di quel numero quadrato, che seruì per diuisore; che così s'haurà tutta la linea cercata. Per essempio sia dato il semidiametro d'vn circolo, e si desideri il semidiametro d'vn'altro circolo, che rispetto al primo sia come $2\frac{22}{25}$ à 1. la proportione dunque è come 72 à 25. Applico alli punti 25. 25 il dato semidiametro; e perche nella linea AZ dello stromento non v'è il numero 72, diuido questo per vn numero quadrato, come per 9, la cui radice è 3: e venendo il quotiente 8, prẽdo l'interuallo 8. 8: e perche 3 è radice del 9 diuisore, triplico la linea trouata all'interuallo 8. 8, e così hò il semidiametro cercato d'vn circolo, che sarà al dato circolo, come 72 à 25. La ragione è, perche l'interuallo 8. 8 dà il raggio d'vn circolo, che è al dato, come 8 à 25. Ma il raggio triplo di quello, è raggio d'vn circolo noncuplo; dunque d'vn circolo, che è come 72.

Similmennte se ambidue li numeri fossero troppo grandi, ne si potessero diuidere per lo stesso numero quadrato, basterà diuidere ciascuno per quello, che si può, e della linea data prendere la parte, che dimostra la radice quadrata del Diuisore del numero, che le corrisponde. Per essempio nella fig. 15 la linea CD è in vna figura piana, e si cerca la grandezza di quella, che le corrisponde in vn'altra figura piana, che sia alla data figura, come 99 à 80. Diuido 80 per il quadrato di 2, che è 4, & il quotiente è 20: perciò diuisa la CD per metà (poiche 2 è la radice del Diuisore) questa metà applico all'interuallo 20. 20. Poi diuiso il 99 per 9, il quotiẽte 11 mi mostra, che debbo prendere l'interuallo 11. 11. e perche la radice del diuisore è 3, triplico quest'interuallo, e sarà ciò, che si cercaua. La ragione è, perche l'interuallo 20. 20 è l'inter-

ter-

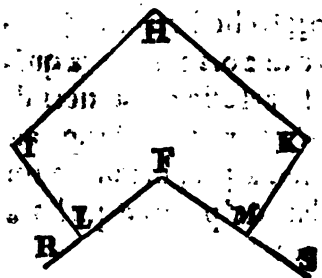
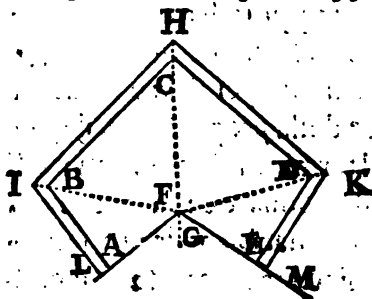
teruallo 11. à 1, danno i lati de' quadrati, che sono come 20. à 11. Dunque il primo lato duplicato è lato d'vn quadrato, che è quadruplo di 20, cioè come 80, & il secondo lato triplicato è lato d'vn quadrato noncuplo di 11, cioè come 99.

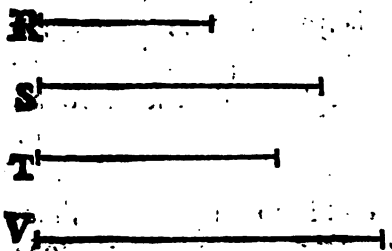
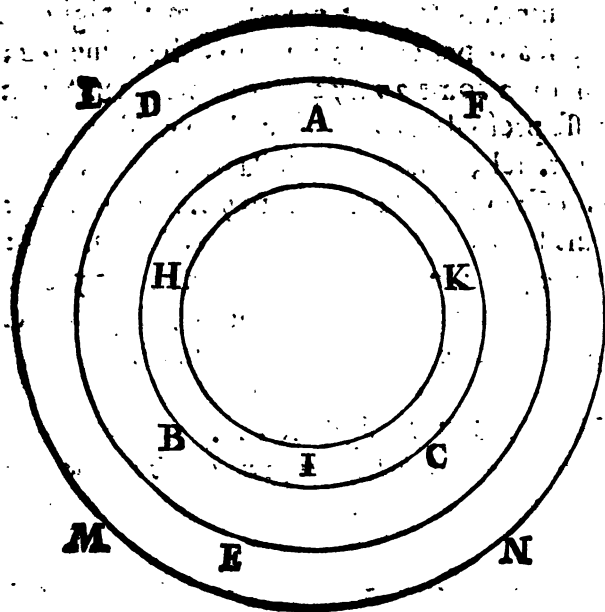
Se poi li due numeri esprimenti la proportione del piano sono tali, che niuno d'essi si possa diuidere per alcuno de' numeri quadrati, si riducano ad altri numeri, che prossimamente esprimano la data proportione, se bene non tanto precisamente; quando l'operatione Mecanica non richiede tanta accuratezza. Il che si fa prendendo ò il massimo numero, ò vno de' maggiori di quelli, che sono notati nello strumento, e questo moltiplicato per il minore delli due della proportione, il prodotto diuiso per l'altro numero, che resta, cioè per il termine maggiore della proportione, il quotiente darà l'altro numero, che sarà il termine minore, con cui si esprime la proportione ridotta à questa nuoua denominatione. Per essempio debbano esser due piani, che habbiano la proportione di 223 à 71: prẽdo per nuouo termine maggiore 62, che moltiplicato per il minore 71, produce 4402, il quale diuiso per il maggiore 223, dà per nuouo termine $19\frac{165}{223}$, che è quasi $19\frac{3}{4}$: onde prendendo l'interuallo vn poco minore di 20. 20, s'haurà quãto basta per operare fisicamente. Che se vi fosse di mestieri di maggior precisione, conuerrebbe in tal caso oprare conforme alle regole della Geometria, trouando la media proportionale tra due linee, che hauessero la proportione data de' piani, e quella media saria la lunghezza cercata della linea.

QVESTIONE QVARTA.

Date due figure piane simili trouar la loro proportione.

NOn si vuol negare, che vi siano delle figure simili, la cui proportione non si può esprimere con numeri, come quelle, che sono incommensurabili, & hanno i lati homologi incommen-

surabili di lunghezza, e di potenza, come si parla nel lib. 10. d'Euclide. Ad ogni modo, per la pratica, à cui serue questo stromento, basterà trouare appresso di poco, qual sia la loro proportione. E per far ciò, con due distinti compassi si prenda la lunghezza de' lati homologi delle figure, cioè di quelli, che sono frapposti fra gl' angoli simili, e posta la linea minore ad vn'interuallo, che si stimerà più à proposito, conforme à ciò che la prattica insegnarà, veggasi sù qual'interuallo capisca l'altra linea maggiore; & i numeri, ne' quali caderà questa applicatione, esprimeranno la proportione.

Come per essempio nella fig. 14 sono dati li due Baloardi simili, e si desidera sapere, che proportione habbiano; prẽdo con due compassi la lunghezza delle faccie CD, & HK; & applicata CD all'interuallo 24. 24, trouo, che HK cade nell'interuallo 30. 30, onde cauo, che le lor'aree sono come 24 à 30, cioè come 4 à 5.

E qui è da auuertire esser meglio applicare la linea minore à tal'apertura dello strometo, che la maggiore vega à cadere verso li numeri maggiori, perche essendo li punti delle diuisioni verso il fine dello stromento tra di loro poco distanti, si vien'anche à trouare più precisamente l'interuallo capace della maggiore, passandosi dall'vn punto all'altro con poca differenza, doue che nelle parti dello stromento più vicine al centro nõ è così facile, che si affronti precisamente in tal'apertura, che li due cõpassi si possano giustamente applicare a' punti, che si cercano. Cosi nella figura 12. sia il circolo HIK la larghezza d'vn cannello di bronzo, per cui vno riceue l'acqua dal bottino d'vna fontana; & il

cir-

circolo DEF sia la lũghezza d'vn' altro cãnello, per cui l'acqua della stessa fontana si deriua ad vn'altro: si cerca la proportione dell'acqua, che ciascuno riceue, quãto è per questo capo. Prendo il semidiametro, ò il diametro del primo, e l'applico all'interuallo 15. 15; dipoi veggo doue cada il semidiametro, ò diametro dell'altro, e trouo, che cade nel 50; dunque argomento, che l'acqua si diuide tra questi due nella proportione di 15 à 50, cioè di 3 à 10.

R
S
T
V

Che se le linee date fossero troppo lunghe; già dalle cose dette di sopra si caua, in qual maniera possiamo seruirci delle lor parti aliquote. Se si piglia d'amendue la stessa parte aliquota, come la metà, ò il terzo di ciascuna, li numeri in cui cadono, esprimono la proportione, perche la stessa proportione è de' quadrati de gl'intieri, e de' quadr. delle parti simili; Se vna linea è stata applicata intiera, e dell'altra s'è applicata vna parte, il numero in cui cade, si moltiplichi per il quadr. del denominatore della parte; come se la linea minore si fosse applicata al 27. 27, e della maggiore presa la metà, cadesse nel 18.

18, perche il 2 è denominat. della parte, cioè della metà, piglio il suo quadr. 4, e moltiplicato per esso il 18, trouo, che viene 72; onde dico, che li piani sono come 27 à 72, cioè come 3 à 8. Se in vece della metà hauesse preso il terzo, e fosse caduto nell'interuallo 8.8, perche 9 è quadr. del 3 denominat. della parte presa, moltiplicato 8 per 9, all'istesso modo si saria trouato 72. Se finalmente d'vna linea si fosse presa la metà, dell'altra il quinto, il num. della prima si moltiplicarebbe per 4, e quello della secoda per 25, che sono i quadrati de' denominatori delle parti prese, & i prodotti esprimerebbono la proportione cercata de' piani simili.

QVESTIONE QVINTA.

Date due, ò più figure piane simili, trouarne vna simile vguale à tutte quelle insieme.

OCcorre alle volte hauer'alcune figure, alla somma delle quali si vuol' hauere in vna sola figura simile à quelle: e se bene ciò si può pratticare, mediante la 47 del lib. 1, come apparisce da ciò, che s'è detto nella descrittione di queste linee Geometriche; ad ogni modo senz'altro trauaglio facilmente si troua il lato della figura, che si cerca mediante questo stromento. Siano dati due, ò più pentagoni, per farne vno simile vguale à tutti insieme. Prendo con tanti compassi, quante sono le figure date, li lati di dette figure, e conforme alla Questione precedente trouo la proportione di dette figure tra di loro: e considerati i numeri esprimenti la proportione, li riduco in vna somma, & il numero, che ne risulta è quello, à cui nelle linee Geometriche si deue prender l'interuallo, per hauer'il lato del pentagono, che si cerca. Così se si è trouato, che la proportione delli dati due pentagoni è come 7 à 10, il pentagono vguale à tutti due sarà come 17; onde ritenuta quella stessa apertura dello stromento, prẽdo l'interuallo 17, 17, e questo è il lato del pentagono vguale alli due pẽtagoni dati.

Ma se essendo più di due le figure date, ò non hauessi tanti compassi,

passi, quante son quelle; ouero nella stessa apertura di stromento non si trouasse, che cadessero giustamẽte sù li punti, si faccia così: se ne prendano due di quelli, che cadendo sù li punti mostrano la proportione, e se ne troui vno vguale à quelli, come sopra, & è stato all'interuallo 17. 17. Ritengo con vn compasso questo interuallo, e con vn'altro compasso prendo il lato del terzo pentagono dato, & applicando questi due compassi alle linee Geometriche con altra apertura di stromento, trouo la proportione loro, e cadano per essempio sù li punti 12.12, e 13.13: dunque il pentagono vguale à questi due sarà come 25, & all'interuallo 25.25 haurò il lato conueniente al pentagono vguale alli tre pentagoni dati.

QVESTIONE SESTA.

Date due figure piane simili, e disuguali, trouar'vna figura simile vguale alla lor differenza.

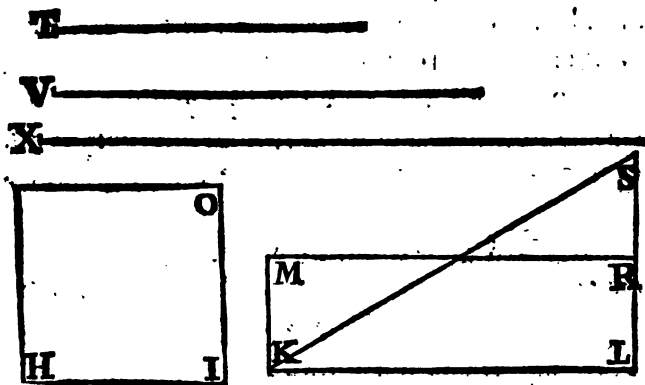
QVesta operatione seguita per il conuerso della precedente, perche se vniti i numeri esprimenti la proportione si troua la somma, sottratto il minore dal maggiore si hà il residuo. Dati dunque due Baloardi simili nella fig. 14, se ne voglia far'vno vguale alla lor differenza: prendo in essi due lati homologi, per essempio le mezze gole FE, FM, & applicatele allo stromento nelle linee Geometriche, trouo, che cadono ne' punti 16, e 20; onde la proportione de' piani è nota; sottraggo il 16 dal 20, & il residuo 4 mi mostra, che all'interuallo 4.4, haurò la mezza gola del Baloardo simile vguale alla loro differenza.

QVESTIONE SETTIMA.

Date due linee, come possa trouarsi la terza proportionale.

SI piglino le lunghezze delle due linee date con due distinti compassi, e s'applichino allo stromento nel modo detto alla questione precedente: e si osserui sopra quali numeri cadano.

Dipoi

Dipoi la lunghezza della prima s'applichi nella linea Aritmetica, di cui si parlò nel Capo 2. al numero, che le corrisponde; perche l'interuallo, che nella stessa linea Aritmetica darà l'altro numero corrispondente nella linea Geometrica, sarà la terza proportionale, che si cerca.

Siano nella fig. 16. date due linee T, V, alle quali conuenga trouare la terza proportionale: le applico nella linea Geometrica AZ, AS, e trouo, che T cade nell'interuallo 17. 17, & V cade nell'interuallo 33. 33. Perciò nella linea Aritmetica AE, AL della fig. 1 applico la linea data T all'interuallo 17. 17, e l'interuallo 33 33 nella stessa linea darà la terza proportionale X. La dimostratione è manifesta, perche di tre continue proportionali la proportione della prima alla terza è duplicata della proportione della prima alla seconda, cioè come il quadrato della prima al quadrato della seconda, così la prima alla terza. Or essendo il quadrato di T al quadrato di V, come 17 à 33, come mostrò la linea Geometrica, & essendo la T alla X, come 17 à 33, come s'è fatto con la linea Aritmetica; ne seguita, che la T alla X hà la proportione del quadrato di T al quadrato di V, e perciò continua la proportione della linea T alla linea V.

Quindi se sarà dato il quadrato HO sopra la linea HI, che rappresenta vn campo di terra; se sarà data la linea KL fianco d'vn' altro pezzo di terra, che debba esser vguale al detto quadr. HO, si vede

si vede esser necessario trouar'vna Terza proportionale, à fine, che si faccia il rettangolo vguale al quadrato, per la 17 del lib. 6. Applico dunque le due linee HI, KL alla linea Geometrica, e veggo, che cadono ne gl'interualli quella 14. 14, questa 49. 49. Perciò nella linea Aritmetica applico la linea KL all'interuallo 49. 49. e l'interuallo 14. 14 nella stessa linea Aritmetica mi dà la KM, onde il rettangolo ML è vguale al quadrato HO.

QVESTIONE OTTAVA.

Come si troui vna media proportionale tra due linee date.

SE la proportione delle linee date è conosciuta in numeri, si applichi nella linea Geometrica vna delle date linee all'interuallo d'vno de' numeri, ch'esprimono la proportione delle due linee estreme, poiche l'interuallo corrispondente all'altro di detti numeri darà la lunghezza della media proportionale. Ma se nõ si sà, che proportione habbiano tra di loro le due linee estreme date, questa si troui sù la linea Aritmetica nel modo insegnato alla Quest. 5 del Cap. 2, e poi s'opri, come s'è detto.

Sia dato vn triangolo KSL nella fig. 16, e si voglia vn quadrato, che gli sia vguale. Per quello, che si caua dalla 4. del lib. 1, il sudetto triangolo è vguale al parallelogrammo rettangolo, che habbia la stessa base, e la metà dell'altezza perpendicolare, ò la stessa altezza è la metà della base. Dunque se si trouerà vna media proportionale tra la base, e la metà dell'altezza perpendicolare del triãgolo, questa sarà il lato del quadrato vguale al triangolo dato KSL, essendo che per la 17 del 6, il quadrato di quella è vguale al rettangolo sotto le due estreme. Diuido dunque per metà l'altezza SL in R, e nella linea Aritmetica applicate KL, & LR, trouo, che la prima è 49, la seconda 14: perciò nella linea Geometrica applico KL all'interuallo 49. 49, e nella stessa preso l'interuallo 14. 14, dà la linea HI media proportionale cercata,

cata, il cui quadrato HO è vguale al dato triangolo KSL. E che HI sia la media proportionale cercata è manifesto, perche per la costruttione dello stromento il quadrato di KL al quadrato di HI è come 49, à 14, cioè come la linea KL ad LR: dunque essendo la proportione di KL ad LR duplicata della proportione di KL ad HI; saranno continuamente proportionali KL, HI, LR.

QVESTIONE NONA.

Dato vn numero, trouare la sua radice quadrata.

E' Vero, che non tutti i numeri sono quadrati, e perciò non hanno la radice precisa, ad ogni modo, per le operationi Fisiche, ci basta la radice più vicina ne' num. intieri, e nel formare squadroni quadri di gente, non occorre saper li rotti. Ma perche tutti li numeri di sotto del 100 sono di due sole figure, perciò nello stromento non si trouerà immediatamente, che la radice di numeri nō maggiori di quattro figure, perche vn numero di tre, ò quattro figure hà la radice di due figure; ma se il numero habbia cinque, ò sei figure, la radice è di tre figure, come è manifesto, & allhora si richiede qualch'altro artificio da spiegarsi. Ora se è nota la proportione di due quadrati, la subduplicata è la proportione delle loro radici, e così di quali parti è vna, di tali sarà anche l'altra. Perciò dato vn numero, sappiamo, che proportione habbia ad vn'altro numero, presi tutti due come quadrati nella linea Geometrica. E se sarà nota la radice d'vno nella linea Aritmetica, si manifesterà anche l'altra radice in particelle simili. Quindi è, che dato vn numero d'alcune figure, ne piglio vn'altro ad arbitrio, ma precisamente quadrato, il quale ò tutto intiero, ò gettati via li zeri, sia tra li numeri segnati nella linea Geometrica. Et il numero dato ò tutto intiero, ò gettate via tante figure, quanti zeri si leuarono dal quadrato preciso, lo prendo

al suo

al suo interuallo nella linea Geometrica, allargato lo stromento ad arbitrio: e poi con vn'altro Compasso prendo l'interuallo del numero precisamente quadrato nel modo detto, tolto ad arbitrio. Poscia nella linea Aritmetica applico questo secondo interuallo al numero, che è radice del quadrato preciso, e l'altro interuallo darà nella linea Aritmetica la radice cercata.

Sia dato il numero di Soldati 5400, di cui desidero la radice quadrata per sapere quanti debbano esser per fronte, volendo far squadrone quadro di gẽte; leuo li due zeri, & aperto lo stromento ad arbitrio, prendo nella linea Geometrica l'interuallo 54. 54. E ritenuta quell'apertura di stromento, piglio nella stessa linea l'interuallo d'vn numero precisamente quadrato, come 4. 9. 16, ò altro tale. Sia preso per essempio l'interuallo 9. 9, la cui radice è nota essere 3. Ora perche si gettaron via due zeri dal numero dato 5400, s'intendono leuati due zeri anche dal 900, sono dunque li due quadrati applicati nella proportione di 900 à 5400; e così la radice del primo è 3 con vn zero, cioè 30. l'interuallo dunque 99 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 30. 30, l'apertura dell'altro Compasso, che daua 54. 54 nella linea Geometrica, caderà nella linea Aritmetica all'interuallo 73. 73, e così dico la radice del numero 5400 essere 73, e così essere 73 file di Soldati, ciascuna delle quali ne hà 73 di fronte.

L'istesso sarebbe, se in vece di prendere 99 si fosse preso 25. 25, poiche quell' interuallo 25. 25 della linea Geometrica applicato nella linea Aritmetica al 50. 50; similmente hauria dato l'intiero 73 per radice del 5400. Ma perche quell'interuallo è vn poco maggiore del 73. 73, è segno, che al uumero 73 và aggiunta vna frattione.

Ma se il numero dato fosse stato 5486, saria stato bene in vece di 54 prẽdere 55, poiche quel numero più s'accosta al 5500, & allhora la radice, che viene 74. è prossima alla vera; il che deue farsi, quãdo si tagliano due figure, che passano la metà di 100,

 poiche

poiche in vece del numero intiero s'opera col subcentuplo.

Che se il numero di cui si cercà la radice fosse piccolo in modo, che nello stromento non si potesse facilmente prender nella linea Aritmetica l'interuallo proprio, si prenda il decuplo, e si trouerà in decime la frattione attaccata all'intiero. Come per essempio, cerco la radice di 18 piedi, che sono l'area d'vn piano da ridursi in quadro: prendo nella linea Geometrica l'interuallo 18. 18, e poi nella stessa prendo l'interuallo d'vn numero quadrato, per essempio 49. 49, la cui radice è 7: ma perche riesce ò scommodo, ò impossibile mettere quell'interuallo nella linea Aritmetica al 7. 7, lo metto al 70. 70, e trouãdo, che il primo interuallo preso cade quasi al 42½. 42½, poiche li 70 non erano se nõ 7: così li 40 non sono se non 4, & il resto dà li decimi d'vn' intero, perciò dico, che la radice di piedi 18 è piedi 4¼ quasi, ma certo è più di 4⅕, perche cade in vn' interuallo maggiore di 42. 42, cioè maggiore di $4\frac{2}{10}$.

Occorrendo poi, che il numero fosse di tre sole figure, ò anche di due, ma maggiore del massimo quadrato notato nella linea Geometrica, prendasi vna parte aliquota di esso tale, che sia minore del numero 64 massimo delli notati nella linea: e questo interuallo s'applichi ad vn'altro numero in tal linea, il qual' habbi vn'altro così moltiplice, come tutto il numero è moltiplice di quella parte presa; e questo vltimo interuallo del moltiplice sarà l'interuallo, che nella linea Aritmetica mostrerà, quanti intieri, e quante decime habbia la radice. Per essempio cerco la radice di 96: perche è troppo grande il numero, piglio la metà 48, e prẽdo nella linea Geometrica l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compasso l'interuallo per essempio 4. 4, la cui radice è 2, ma per cõmodità nella linea Aritmetica s'applicherà all' interuallo 20. 20, onde poi s'hauranno li decimi dell'vnità: se si applicasse alla linea Aritmetica, l'interuallo preso 48. 48 non hauriamo se non la radice della metà del quadrato, & essa caderebbe all' interuallo 69. 69, cioè la radice saria $6\frac{9}{10}$. onde per hauer la

radice

radice del doppio quadrato, cioè di 96, conuerrebbe raddoppiare la radice trouata, e tra 69 decime, e 138 decime trouare il medio proportionale $9\frac{7}{10}$. Ma per trouar ciò senza fatica di calcalo in trouar questo medio proportionale, prendo quell'apertura di compasso, che pigliaua l'interuallo 48.48, e l'applico nella linea Geometrica all'interuallo 10. 10, e poi (perche 48 è la metà di 96) prendo l'interuallo del doppio di 10, cioè 20.20, e questo applico alla linea Aritmetica, in cui l'apertura dell'altro compasso è applicata al 20. 20, e trouo, che quest'vltimo interuallo cade nel 97.97, e quasi nel 98.98, onde conchiudo, che la radice del numero 96 è $9\frac{7}{10}$, e quasi $9\frac{8}{10}$.

E perche operando in tal maniera occorrerà, che l'interuallo vltimo da applicarsi alla linea Aritmetica sarà tale, che non capirà nell'interuallo dell'apertura dello stromento, perciò tirisi vna linea lunga quanto porta quest' interuallo preso nella linea Geometrica: e poi preso nell'Aritmetiche l'interuallo 100.100, si leui dalla linea tirata; il resto della linea s'applichi all'interuallo dell'Aritmetiche, e s'haurà il numero da aggiungersi al 100: tutte le decine saranno vnità, il resto darà i decimi dell'vnità. Per essempio cerco la radice di 156: perche è troppo grande, piglio la terza parte, che è 52, e nelle linee Geometriche prendo l'interuallo 52. 52, e con quell'apertura prendo l'interuallo d'vn num. quadrato, per essempio 4, la cui radice è 2, e questo interuallo s'applicherà nell'Aritmetiche al 20. 20. Dipoi quell'apertura di compasso, che daua l'interuallo 52. 52, allargato lo stromento, la metto nelle stesse linee Geometriche ad vn numero, che habbia il triplo, per essempio al 15. 15, e poi prendo il triplo, cioè 45. 45. E questo è l'interuallo, che darà la radice di 156. Ma perche applicato il secondo Compasso nelle linee Aritmetiche, come si disse, al 20. 20, quest'altro interuallo non ci capisce; perciò alla misura di questo interuallo tiro vna linea, e preso il massimo interuallo delle linee Aritmetiche 100, 100, lo taglio dalla linea descritta, e quel che auanza della linea, l'applico

allo

allo stromento, e vedo, che cade all' interuallo 24. 24: onde conchiudo essere 124 decime, cioè 12$\frac{2}{5}$ la prossima radice di 156.

Di qui si caua il modo di trouar la radice quadrata anche de' numeri maggiori di quattro figure, perche se sarà il num. 18412. di cui si cerchi la radice quadrata, getto via le due vltime figure 12, e del resto 184 prendo la quarta parte, che è 46, e nelle linee Geometriche prēdo la distanza 46.46, e con vn'altro Compasso l'interuallo di qualche numero quadrato, per essempio 9.9: e così, come quello 46 è di centinara, così anche questo 9, onde sono due quadrati 900, e 4600; e questo è la quarta parte del numero proposto, dunque applicando questo interuallo ad vn numero, di cui si troui il quadruplo, per essempio al 15. 15, l'interuallo 60. 60 sarà la radice del quadrato 18400. Dunque applicato quell'interuallo 9. 9, preso da principio col secondo Compasso, alla linea Aritmetica al pūto 30. 30, l'altro Compasso con l'apertura dell'vltimo interuallo preso darà nelle stesse linee Aritmetiche vn'interuallo maggiore dell'interuallo 100. 100. Perciò da vna linea vguale à quest' interuallo cauo l'interuallo 100. 100. & applicato il resto di detta linea, trouo, che cade all'interuallo 35. 35, & vn poco più; onde conchiudo, che la radice del numero proposto 18412 è 135, e qualche cosa di vantaggio.

Due cose qui sono da auuertire: la prima è, che li 200 punti della linea Aritmetica potendosi prēdere per 200, si può rendere più breue l'operatione, poiche applicandosi all'interuallo 15. 15, come se fosse 30. 30, verrà l'altro interuallo alli punti 67$\frac{1}{2}$. 67$\frac{1}{2}$ in circa, onde immediatamente si caua esser la radice 135 in circa, come prima. La seconda è, che se da principio si darà alle linee Geometriche l'apertura, prendendo prima nella linea Aritmetica sopra il lato la lunghezza corrispondente al numero, che è radice del quadr. preciso, come di 30 punti, ò di 15, che s'intēdano valer 30, e questi s'applichino al 9. 9, e poi preso l'interuallo corrispondente del numero dato, questo poi applicato al lato

dello

dello Stromento sù la linea Aritmetica, si potranno hauer le frattioni aderenti nel modo, che s'è detto nel Capo 2. quest. 7. verso il fine.

Se il numero dato fosse così grande, che li due numeri moltiplicati insieme, che lo producono, fossero ambidue maggiori di quelli, che son notati nelle linee, se ne prendano tre, che siano minori, e lo misurino, moltiplicati tra di loro. Per essempio sia il numero dato 604812, leuate le due vltime figure, resta 6048, il quale si produce dal 72 per 84, niuno de' quali si troua notato nelle linee Geometriche. Perciò prendo tre numeri, che insieme moltiplicati lo producono, e sono 56. 9. 12. E così preso l'interuallo 56.56, deuo trouar' il lato del quadrato noncuplo, e perciò l'applico al 4.4, il cui noncuplo è 36, e l'interuallo 36. 36 sarà il lato del quadrato nõcuplo del primo. E perche à questo si deue trouar' il duodecuplo, applico questo secondo interuallo al 5.5 e piglio il duodecuplo, che sarà all'interuallo 60.66, e con questo operando nelle linee Aritmetiche, come s'è detto, trouo la radice quadrata del numero dato 604812 essere 777, e quasi 778; poiche nella linea descritta si può leuare sette volte l'interuallo 100. 100, & il restante è quasi 78.

CAPO QVARTO.

Come s'habbia à diuidere lo Stromento per i corpi solidi: & vso di questa linea Cubica.

SI come le superficie sono terminate da linee, dalle quali riceuono la denominatione, così li corpi solidi sono terminati da superficie, e da queste, ò per la qualità loro, ò per la moltitudine vien denominata la figura solida; perche s'ella è vna superficie sola in tutti i suoi punti vgualmente distante dal centro, che s'intende nel mezzo della solidità del corpo, sarà quel

quel corpo vna sfera; mà se non hà questa vgual distãza dal centro, sarà ben sì sferoidale la figura, ma non sfera; tale è la superficie d'vn vouo, & altre tali ò Ellipticha, ò Pseudoellipticha; ma se sono più superficie terminanti il corpo di diuerso genere, cioè altre superficie piane, altre curue, & inclinate à far' vn' angolo solido, dalla qualità delle superficie si denominarà il corpo ò Cono, ò Cilindro, ò con altro nome composto; come li Conoidi Parabolici, ò Hiperbolici &c. Que' solidi però, che più cõmunemente si considerano, sono quelli, che hanno molte faccie, e son terminati da superficie piane; e cõforme al numero, e qualità di tali superficie sono chiamati tali corpi, come ciascuno sà, e può facilmente vedere nelle definitioni del lib. 11 d'Euclide.

Ora nella guisa, che quelle superficie si dicono simili, le quali hanno vgual numero di linee, che le terminano, e tra loro proportionali: Così le figure solide simili (che tanto è, quanto dire corpi simili) s'intẽdono esser quelle, che sono terminate da vgual numero di superficij simili. Onde se le superficie d'vn corpo saranno non solamente vguali di numero, ma anche di grandezza alle superficie d'vn'altro corpo, tali due corpi saranno vguali, e simili; ma se le superficie vguali di numero, e disuguali di grandezza sono simili, li corpi sono ben sì simili, ma non vguali. Di questa maniera vn cubo è simile all'altro cubo, perche così l'vno, come l'altro hanno sei faccie piane, e ciascheduna è quadrata; e poiche tutti li quadrati son simili, perciò anche li cubi sono simili; ma se vn quadrato d'vno sarà maggiore d'vn quadrato dell'altro, saranno i cubi disuguali. Paragonando poi due Parallelepidedi (chi non è così prattico de' vocaboli, s'imagini vna trave, vna tauola, ò cosa tale ben squadrata) hanno ben sì ciascuno sei piani quadrilateri, de'quali li due opposti sono paralleli, ma a fine che siano simili li Parallelepipedi, conuiene che detti piani d'vno siano simili alli piani dell' altro. Mà parlando de' coni, e de'cilindri, se bene potria dirsi esser tra loro simili quelli, che hãno le basi, e le superficie Coniche, ò Cilindriche simili; ad

ogni

ogni modo per esser più immediatamente nota la lunghezza della lor base, e la lor'altezza perpendicolare, ò per parlar più generalmente, il lor'Asse, quelli sono Coni, ò Cilindri simili, che hanno gli assi, & i diametri delle basi proportionali; il che però si deue intendere con la medesima inclinatione dell'asse alla base, come è manifesto, perche se vn'asse cadesse perpendicolare alla base, e l'altro asse fosse obliquo, con tutto, che detti assi hauessero nella lunghezza loro la proportione delli diametri delle basi, non per tanto sariano simili i coni, ò cilindri.

Premesse queste cose, per più chiara intelligenza, auuerto, che nelle cose seguenti prēderò il nome di *Lati Homologi* nel senso medesimo, che s'è detto nel Capo precedente; e per nome di *Piani Homologi* intenderò que' piani, che ne' due corpi simili sono similmente posti in ordine à gl'altri piani delle figure, che terminano.

Essendo dunque l'vso di questo stromento di Proportione in ordine alle figure simili, per poter'in esso descriuere due linee talmente diuise, che possano seruir'al fine preteso in ordine a' corpi solidi, conuien supporre cio che nel lib. 11, e 12 d'Euclide s'insegna, cioè, che li solidi simili sono nella triplicata proportione de' lati homologi, come le sfere sono nella triplicata proportione de' suoi diametri. Il che è quanto dire, che dati due lati homologi di due corpi simili, ò due diametri di due sfere, se si cōtinuarà la proportione fin'al quarto termine; qual proportione hà il primo al quarto termine, tale è d'vn solido all'altro, ò d'vna sfera all'altra. Sì che date quattro linee continuamente proportionali, come la prima alla quarta, così il solido sù la prima al solido simile sù la seconda.

Quindi è, che data in linee la proportione, che debbano hauere due solidi, conuiene tra quelle trouare due medie continuamente proportionali, per potere sù la prima, e sù la seconda fare li solidi simili, come auuertiti furono da Platone quei di Delo, quādo cercauano di raddoppiare l'altare d'Apolline (il qual'era stimato vno de' sette miracoli, per esser fatto tutto di sole corna destre, senza

 esser

esser incollate, ne legate insieme, come riferisce Plutarco nel fine del libro *De solertia Animalium*) conforme all'Oracolo hauuto, & essi in vece di raddoppiarlo, ne haueano fatto vno quattro volte maggiore del douere, come dice lo stesso Plutarco nel libro de Genio Socratis; Et è assai noto appresso molti Scrittori essere questa la famosa duplicatione del cubo, cioè l'inuentione di due medie proportionali tra due estreme, l'vna delle quali sia doppia dell'altra.

Varij sono stati li tentatiui, e varie sono le forme per trouare mecanicamente queste due medie proportionali; e chi vuole può vedere nell'Annotationi di Guglielmo Filandro sopra il libro 9 di Vitruuio cap. 3, qual fosse il Mesolabio d'Eratostene; nel Villalpando tom. 1, part. 2, lib. 1, cap. 3, prop. 12. E nella Geometria di Renato de Chartes sul principio del lib. 3, trouerà, come per l'inuentione delle medie proportionali, egli si serua d'vno Stromento da lui proposto nel principio del lib. 2. Ma quanto appartiene al nostro fine presente, meglio sarà seruirci d'vna tauola di numeri, co' quali si notaranno tanto precisamente, quanto basta per l'operationi mecaniche, li punti richiesti in ordine alli solidi.

E perche tra li solidi il più conosciuto, e facile ad hauersi la sua misura, è il cubo, come quello, che hà le tre dimensioni di tal maniera vguali, che data la lunghezza d'vna sua linea, e questa moltiplicata in se stessa, se si moltiplica di nuouo il prodotto per la medesima, si fà nota la sua solidità; e date quattro linee continuamẽte proportionali, come il cubo della prima al cubo della seconda, così qual si voglia solido sù la prima ad vn'altro solido simile sù la seconda, essendo che tanto i cubi, quanto quegl'altri solidi sono nella proportione della linea prima alla quarta: Perciò segnandosi nello strométo di Proportione i lati de' cubi, che vanno crescẽdo secondo la serie naturale de' numeri, si vengono ad hauere parimenti segnati i lati homologi di qualunque solidi simili. Quindi è, che tal linea si chiama più tosto col nome specifico di Cubica, che col generico di Stereometrica; sì perche tutti li cubi sono simili,

sì an-

sì anche, perche riducendo le proportioni a' numeri, si trouano le medie proportionali coll'estrattione della radice cubica.

Sì che per formare la sottoscritta tauoletta, in cui si notano le proportioni, che hà la radice di ciascun cubo alla radice del primo cubo, conuiene tra li due numeri esprimenti la proportione de' cubi trouare il primo de' due medij proportionali; perche questo sarà la radice del cubo, che hà al cubo del primo numero la proportione, che hà il quarto numero al primo, com'è manifesto da quello, che delle linee s'è detto. E perche la maggior parte de' numeri non hà la radice cubica precisa, & aggionger'à gl' intieri frattioni di diuerse denominationi, saria cosa, che nella prattica porterebbe molto disturbo; quindi è, che riuscirà commodissimo intendere l'vnità diuisa in mille particelle, perche così tutte le frattioni aggiunte à gl'intieri saranno di millesime; e nel numero, che verrà per radice, le tre vltime figure saranno numeratore delle parti millesime aggiunte à gl'intieri significati dal resto delle figure antecedenti nel modo detto nel Capo precedente, doue si parlò delle radici de' quadrati.

Sia dunque nella fig. 10 tirata dal centro dello stromento la linea AL, e la AM, nella quale si prendano AH, & AI vguali, e perciò non è necessario, che queste parti AH, AI siano visibili; e s'intenda AH esser'il lato del primo cubo; questa si replichi quãte volte si può, nelli numeri 8, e 27, in maniera, che A8 è doppia, & A27 è tripla della lunghezza AH. E per questo s'è notato nel secondo punto 8, e nel terzo 27, per denotare, che il cubo di A8 contiene otto volte, & il cubo di A27 contiene ventisette volte il cubo di AH. E se la linea AL fosse più lunga, che si potesse vn'altra volta replicare, nel quarto punto si notarebbe 64, perche il cubo della linea quadrupla di AH, contiene 64 cubi di AH. Ma perche si vede, che tra 8, e 27, e molto più tra 27, e 64 cadono molti numeri, onde dette parti deuon'esser capaci di molte diuisioni, perciò s'è preso da principio la linea AH vn poco grandicella; altrimẽti non riuscirebbe commoda la diuisione. E questa è la cagione, che

non capirà se non circa 50 diuisioni tutta la AL: la quale in vno stromento più grande, in cui possa prendersi assai più lunga la AH, riuscirà anche capace di più numero di lati cubici.

Ma per segnare li lati de gl'altri cubi, e vedere, come si sia fatta la seguente tauoletta delle radici, conuien trouare tra l'vnità, & il numero di ciascun cubo il primo delli due medij continuamente proportionali; il che si fà moltiplicando il quadrato del primo nel quarto numero; e la radice cubica del prodotto è il secondo numero, che si cerca. Il fondamento di ciò fare è, perche dati quattro termini continuamente proportionali A, B, C, D, il piano fatto dalli due estremi A in D, è eguale al piano fatto dalli due medij B in C, per la 16 del 6, e 19 del 7. Dunque li solidi fatti dalli due piani detti, e dal primo termine, sono vguali, e così il quadrato del primo nel quarto A quadrato in D, è vguale al solido fatto dalli tre primi A in B in C. E perche A, B, C, sono continuamente proportionali, il piano fatto da gl'estremi, A in C, è vguale al quadrato del medio, B quadr. per la 17 del 6, e 20 del 7, li solidi fatti da questi due piani, e dal secondo termine B sono vguali, e così A in B in C, cioè, come sopra s'è dimostrato, A quad. in D, è vguale al cubo di B secondo termine delli quattro. Dunque essendo noti li due estremi, moltiplicato il quadrato del primo nell' altro estremo, il lato cubico del prodotto è il secondo termine delli quattro continuamente proportionali. Nella stessa maniera si dimostra, che moltiplicato il quad. del quarto termine nel primo, la radice cubica del prodotto è il terzo termine delli quattro.

Di quì si vede, che se il primo termine AH sia 1000. & il suo doppio 2000, il quadrato del primo 1000000 moltiplicato per 2000, darà il solido 2000000000, la cui radice cubica 1259 è il secondo termine delli quattro, & è radice del cubo doppio del cubo di AH. E lo stesso s'intende di qualsiuoglia altro numero: onde basterà à ciascun numero al 3, al 4, al 9, &c. aggiunger noue zeri, perche così la radice cubica sarà di quattro figure, la prima delle quali mostra, quante volte si debba prender la linea AH, e le tre

vltime

vltime figure moſtreranno, quãte milleſime della ſteſſa AH ſi deb-
bano di più aggiungere. Che ſe ſi foſſero per AH preſe ſolo le
centeſime, con aggiũger ad eſſa due zeri, allhora à gl'altri nume-
ri doueua aggiungerſi ſolamente ſei zeri, e la radice di tre figure
hauria con le due vltime moſtrato il numero delle centeſime. Ma
perche volendo ſeruirci ſolo delle centeſime ſi opra con più pre-
ciſione, conoſciuto il numero delle milleſime, perciò nell'anneſſa
tauoletta ſi ſon poſte le milleſime, ſegnando le radici ſin al cu-
bo, che è cinquanta volte maggiore del cubo di AH.

Tauola de' numeri con le ſue Radici Cubiche eſpreſſe in particelle Milleſime dell' Vnità.

Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici	Cubi	Radici
1	1000	16	2520-	31	3142-	46	3583†
2	1259†	17	2572-	32	3175-	47	3609-
3	1442†	18	2620†	33	3208	48	3634†
4	1587†	19	2664-	34	3240-	49	3660-
5	1710-	20	2715-	35	3271†	50	3684†
6	1817†	21	2759-	36	3301†		
7	1913-	22	2802†	37	3332†		
8	2000	23	2844-	38	3362-		
9	2080†	24	2885-	39	3391†		
10	2154†	25	2924†	40	3420-		
11	2224-	26	2962†	41	3448†		
12	2290-	27	3000	42	3476†		
13	2352-	28	3037-	43	3504-		
14	2410†	29	3072†	44	3530†		
15	2466†	30	3108-	45	3557-		

Il modo di ſeruirſi di queſta Tauola per portare sù le linee AL,
AM le diuiſioni, eſſendo lo ſteſſo con quello che s'è detto di ſopra
nelle Radici de'Quadrati, non hà biſogno di più lunga eſpoſitione.
E finita la diuiſione di tutta la linea, ſi potranno notare tutte le de-
cine, e con vna lineetta ſegnare la metà delle decine, acciò con
mag-

maggior facilità si possano prender i punti corrispondenti à que' numeri che più piaceranno.

In questa linea Cubica non potiamo hauere nel diuiderla que' vantaggi compendiosi, che s'hebbero nella linea Geometrica, raddoppiando, ò triplicando i lati segnati; perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così A2 raddoppiata cade nel punto 16, A3 duplicata nel punto 24, A4 nel punto 32, A5 nel 40, A6 nel 48; & oltre di queste niun'altra si può raddoppiare; onde questi soli punti si puonno essaminare.

Segnati di questa maniera nelli lati dello Stromento i lati de' cubi, che vanno crescendo conforme alla serie naturale de' numeri, è manifesto per la dimostratione fondamentale portata nel capo 1. che anche gl' interualli dello Stromento allargato danno i lati de' Cubi, che sono nella stessa proportione indicata dalli numeri notati nello Stromento: poiche essendo quattro linee proportionali (cioè li due lati nello Stromento, e li due interualli loro corrispondenti) i solidi simili sopra di esse sono proportionali per la 37. del lib. 11.

QVESTIONE PRIMA.

Tra due linee date, come si trouino due medie continuamente Proportionali: ouero tra due numeri dati.

SE la proportione delle due linee date non è conosciuta in numeri, si cerchi per la quest. 5. del cap. 2. la quale trouata s'applichi nella linea cubica dello Stromento la prima delle date linee all'interuallo del numero, che le corrisponde, perche l'interuallo dell' altro numero nella stessa linea cubica, darà la seconda delle quattro proportionali. Di poi l'altra delle due date linee, allargando, ò stringendo lo Stromento, s'applichi all'interuallo del numero, che le corrispõde, perche l'interuallo del numero corrispõdente all'altra, darà la terza delle Quattro Proportionali.

Siano

R ——————
A ....
B ....
S ——————

Siano nella fig. 17. date due linee R, S, le quali si troua, che hanno la proportione di 29 à 42; applico la linea R all'interuallo 29, 29 della linea cubica dello Stromento, e ritenuta la stessa apertura, prendo l'interuallo 42, 42, e mi dà la linea A prima delle due medie. Dipoi applico la linea S all'interuallo 42, 42 della linea cubica, e l'interuallo 29, 29, mi dà la linea B seconda delle due medie. Onde le quattro R, A, B, S, sono continuamente Proportionali: il che così si dimostra. Il cubo di R al cubo di A, è come 29 à 42, per la costruttione dello stromento, e per la proportione, che gl'interualli presi hanno con i lati dello stromento; dunque la linea R alla linea A hà la proportione subtriplicata di 29 à 42, cioè della linea R alla linea S: dunque tra R, & S poste due medie in continuata proportione la linea A è la seconda proportionale. Similmente il cubo di S al cubo di B è nella proportione di 42 à 29, per la costruttione dello Stromento, & applicatione fatta: dunque la linea S alla linea B, hà la proportione subtriplicata di 42 à 29, e per conuersione B à S, hà la subtriplicata di 29 à 42, cioè di R à S: Essendo dunque la proportione di R ad A, e quella di B ad S, subtriplicate della proportione di R ad S, resta che anche quella di A à B, sia subtriplicata della stessa; e perciò come R ad A, così A a B, così B à S.

L'istesso si farà dati due numeri, tra' quali si volessero due medij proportionali; come per essempio tra 8, e 27. A qualsiuoglia apertura dello Stromento nella linea cubica, prendo con due Compassi gl'interualli 8, 8, e 27, 27. Dipoi traportando il primo interuallo su la linea Aritmetica all' interuallo 8, 8, applico l'altro Compasso, e veggo che cade nell' interuallo 12, 12; onde dico, che il num. 12 è il secondo proportionale. Quindi ritenẽdo l'interuallo preso con questo secondo Cõpasso, l'applico nella stessa linea Aritmetica al punto 27, 27, stringendo lo Stromento, come fà di bisogno, e considerando che l'interuallo preso col primo Compasso,

passo, cade nel punto 18,18, dico che il terzo proportionale è 18; onde sono continuatamẽte Proportionali 8. 12. 18. 27. e tra li due estremi proposti, si sono trouati due medij proportionali.

E quì s'auuerta ciò che in altre occasioni s'è detto, che se non fosse commodo applicare alla linea Aritmetica il Compasso con la sua apertura presa nella linea cubica, questa stessa apertura s'applichi ad alcun numero moltiplice, ò submoltiplice, poiche l'altro Compasso darà vn numero similmente moltiplice, ò submoltiplice del numero, che si cerca. Così se l'interuallo primo non si può applicare all'interuallo della linea Aritmetica 88, s'applichi al numero triplo 24. 24, perche così il secondo interuallo caderà nel 36. 36 triplo del 12, che si cerca: e se il secondo interuallo s'applicherà al numero duplo 54. 54, il primo interuallo caderà nel 36. 36 duplo del 18, che si cerca.

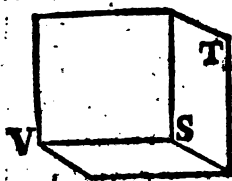
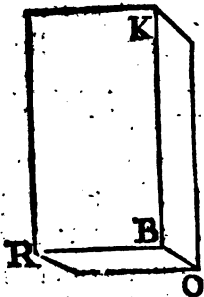
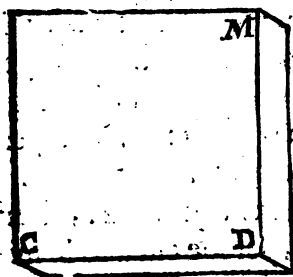
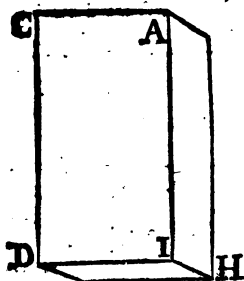
Quando però li due numeri dati non sono simili solidi, nõ si troueranno li due medij proportionali precisi, ma vi saranno aggiunte frattioni, che solo s'auuicineranno al vero senza dar precisione, come si può raccogliere dalla 19, e 21 del lib. 8, e per trouar tali frattioni, potremo valerci dell'artificio mostrato nel Capo 2 alla Quest. 7, quando le linee, ò aperture del Compasso, che per lo stesso si prendono, non cadono precisamente ne' punti dello stromento.

QVESTIONE SECONDA.

Come si possa ad vna linea data applicar' vn solido rettangolo vguale ad vn Cubo dato.

HAuendo il corpo tre dimensioni in Lunghezza, Larghezza, e Grossezza, che altri chiamano Altezza, ò Profondità, si dice, che vn solido sia applicato ad vna linea data, quando si suppone, che detta linea sia vna delle sue tre dimensioni, e si determina, quali, e quanto grandi siano l'altre due dimensioni dello stesso corpo. E per maggior facilità di questo essempio, massime che è conforme all'vso più commune, suppongo esser' il solido, che de-

ue

ue applicarsi alla data linea, rettangolo; poiche poi sopra la stessa base qualsiuoglia parallelepipedo, che habbia la stessa altezza perpendicolare, gli sarà vguale, per la 30 del lib. 11, e per conseguenza sarà vguale al dato cubo.

Sia dunque dato il cubo VT nella fig. 18, il cui lato VS, e sia data la linea CD, la quale debba essere vna delle dimensioni del solido rettãgolo vguale al cubo dato. In due maniere ciò si può fare. Primieramente con trouare alle linee CD, VS vna terza proportionale E, perche il solido fatto da queste tre, cioè il solido CIH è vguale al dato cubo fatto dalla media VS, per la 36 del lib. 11. Secondariamente con trouare la quarta proportionale, mettẽdo CD la prima, & VS la seconda; poiche il quadrato della prima cõ la quarta fanno vn solido vguale al cubo della seconda. Dunque con due Compassi prendendo le linee CD, & VS, vedo nella linea cubica, sopra quali interualli cadano, e trouando, che cade la CD nell'interuallo 29. 29, e la VS nell' interuallo 4. 4, applico la CD nella linea Aritmetica al punto doppio del 29, cioè al 58. 58, & all'interuallo 8. 8 doppio del 4 trouo la quarta proportionale F. Dunque della CD fatto il quadrato CM, presa DL

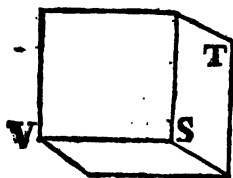
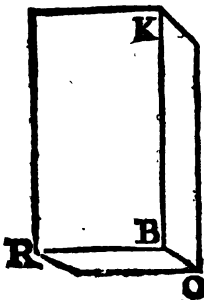
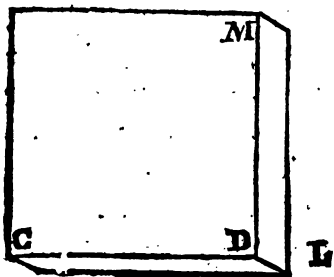
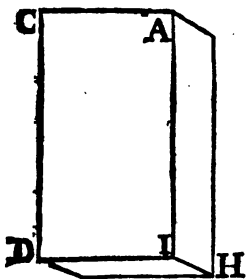
L vgua-

vguale alla F quarta proportonale, sarà il solido CML vguale al cubo dato.

Così se fosse dato vn pezzo di marmo ben squadrato, che fosse per ogni verso sette palmi, e da vn'altro gran pezzo di marmo, che per vn verso è 10 palmi, per l'altro 11, e per il terzo 4 palmi, si douesse cauar'vn pezzo vguale al primo, ma quadro in vna delle faccie; facilmente si cauerà in numeri, quanta debba esser la grossezza. Primieramente si pigli il cubo di 7, & è il pezzo cubico dato 343 palmi solidi. Dipoi il pezzo rozzo non può squadrarsi, che con hauer 10 palmi in quadro, e così il quadrato di 10 è 100; per il quale diuidendo il cubo 343, viene per la grossezza cercata palmi $3\frac{43}{100}$. Ma se nõ sapessi alcun numero, che misurasse i lati de' sudetti pezzi di marmo, prendo con vn Compasso tal parte aliquota del lato del cubo, che possa commodamente capire ne gl'interualli dello Stromento: e simile parte aliquota prendo nel lato mezzano dell'altro pezzo di marmo, per essempio la decima parte. Et applicando queste due misure à gl' interualli della linea cubica, osseruo in quali numeri cadano; perche la proportione, che hauranno questi due numeri, tale dourà hauer'il lato mezzano osseruato alla linea della grossezza, che si cerca. La ragione di questa operatione è, perche essendo le misure prese con i Compassi ciascuna la decima parte del lato, il cubo di tal parte è vna millesima di tutto il cubo di quei lati intieri: dunque li cubi delle parti hanno la proportione de' cubi intieri. Dunque per l'applicatione fatta allo Stromento trouandosi in numeri la proportione de' cubi, due linee, che siano nella stessa proportione di questi numeri sono due estreme di quattro cõtinuatamente proportionali: Dunque anche le decuple di queste sono similmente estreme di quattro proportionali, delle quali la prima è il lato, di cui si deue far' il quadrato, la seconda è il lato del cubo dato, e la quarta sarà questa trouata, la quale col quadrato della prima farà vn solido vguale al cubo della seconda.

QUESTIONE TERZA.

Dato vn solido, come s'habbia à trouarne vn' altro simile nella data proportione.

POssono li solidi essere Regolari, ò Irregolari; Regolari, quãdo tutte le linee, & i piani del corpo sono vguali tra di loro; Irregolari, quando non v'è questa vguaglianza. Nell'operatione v'è questa sola differenza, che ne'Regolari trouata vna linea, che habbia la douuta proportione con il lato del solido simile, non s'hà à cercar'altra linea; ma ne gl'Irregolari conuien far questa operatione circa tutte le linee, che concorrono alla costitutione dell'angolo solido. Nelle sfere basta trouar' il diametro, ma per li coni, e cilindri simili conuien trouare il diametro della base, e l'asse.

Se dunque il corpo dato è cubo, ò altro de'corpi Regolari, veggasi cõ quali numeri si esprima la proportione data, & il lato del corpo dato si applichi nella linea cubica all' interuallo del num. che gli corrispõde, e l'interuallo dell'altro num. darà il lato, che si cer-

si cerca. Così nella fig. 18. se al cubo VST si debba farne vno, che sia $\frac{7}{8}$ di quello, applico il lato VS all'interuallo 8.8, e l'interuallo 7.7, mi darà il lato del cubo cercato. Ma se fosse dato DAH solido di lati disuguali, e conuenisse farne vn simile, che fosse parimenti $\frac{7}{8}$, applico DI all'interuallo 8.8, e l'interuallo 7.7 dà il lato homologo RB. Dipoi all'istesso interuallo 8.8 applico IA, e la distanza 7.7 dà il lato homologo BK; che col primo trouato faccia l'angolo RBK vguale all'angolo DIA. Finalmente allo stesso interuallo 8. 8 applico IH, e la distanza 7.7 dà il terzo lato homologo BO, il quale con il secondo trouato faccia l'angolo KBO vguale all'angolo AIH: e compiti tutti li parallelogrāmi, sarà fatto il corpo RKO simile al dato DAH; e che è à quello, come 7 à 8. Che sia simile è chiaro, per l'vguaglianza de gl'angoli, circa i quali sono i lati homologi, ciascuno preso nello Stromento à gl' istessi interualli, e perciò nella medesima proportione; onde li piani RK, DA; e li piani KO, AH, e RO, DH sono simili. E perche, per la 33 del lib. 11, li solidi simili sono nella proportione triplicata de' lati homologi, cioè nella proportione de' cubi di detti lati homologi, essendo tali cubi, come 7 à 8, per la costruttione dello Stromento, anche li solidi simili RKO, DAH sono come 7 à 8.

L'istesso modo si dourà tenere ne' coni, e cilindri simili, seruendosi de gl'interualli delli stessi numeri per i diametri delle basi, e per gl'assi,

Così li Pittori, per esprimere vn corpo, che sia più piccolo di vn'altro simile in data proportione, si seruiranno di questa linea cubica; altrimenti se per far'vn dito la metà più piccolo, lo facessero la metà più corto, saria rappresentato vn dito otto volte minore: perciò applicato il dito maggiore all'interuallo 2. 2 di questa linea cubica, l'interuallo 1. 1 darà la lunghezza desiderata; e così dell'altre parti. Quindi è, che deuono auuertire li Pittori altra cosa essere far'vn Quadro la metà più piccolo, altra cosa far le figure in esso la metà più piccole: perche l'impicciolire il Quadro

è im-

è impicciolir'vna ſuperficie, doue che l'impicciolire le figure, è far corpi minori: in queſto ſerue la linea Geometrica, & in queſto la Cubica.

Così parimenti ſeruirà queſta linea Cubica alli Scultori, & alli Fonditori nel far le forme per Campane, Artiglierie, ò coſe ſomiglianti, ſe voleſſero far'vna Statua, ò altra figura ſimile ad vna detta. Poiche ciaſcheduna parte applicata all'interuallo conueniente, s'haurà la miſura corriſpondente nella figura ſimile.

Ma commodiſſimo riuſcirà queſto noſtro Compaſſo di Proportione alli Bombardieri, per notar li diametri delle palle, e dalla grandezza della bocca dell'Artiglieria raccoglier la loro portata, e formarne li ſuoi Calibri, ò Colibri, come altri li chiamano: e con ragione da molti ſi deplora l'ignoranza di molti di queſta professione, che hanno Colibri ſpropoſitatiſſimi; ma con queſta linea Cubica fatta nel Compaſſo di Proportione con qualche accuratezza, e diligenza, potrà ciaſcuno eſſaminare nel ſuo Colibre, ſe ſiano ben notati li diametri; e con ſomma facilità, e preſtezza potrà notare li diametri delle palle di ferro, di piombo, di pietra à ragion di libre ò communi di 12. oncie, ò, come in molti luoghi s'vſa, di 16. oncie.

Habbiaſi noto il diametro d'vna palla, il cui peſo ſi sà, per cagion d'eſſempio, di libre 7, queſto diametro ſi noti sù la Regola, ò Colibre, e nella linea Cubica s'applichi all'interuallo 7. 7; perche ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendendo tutti gl'interualli da 1 ſin'à 50, e traportandoli sù la Regola, s'hauranno li diametri delle palle ſin'à 50 libre di peſo, della ſteſſa materia, di cui era quella, il cui diametro era noto. E queſto, che s'è fatto con vna palla di ferro, ſaputaſi la proportione, che hà la pietra col ferro, ſi potrà fare con le palle di pietra: onde ſe la pietra, cōforme all'opinione de' Bombardieri, è la terza parte del peſo del ferro in parità di mole, conuerrà pigliar'vna linea, che ſia diametro d'vna sfera, la qual ſia tre volte tanto, quanto la palla di ferro nota di libre 7, e ſarà il diametro della palla di pietra di libre 7,

& ap-

& applicato all'interuallo 7.7 nella linea Cubica, all'istesso modo s'hauranno li diametri delle palle di pietra. Ne differente sarà la forma per le palle di piombo, perche supponendosi il peso del piombo sesquialtero à quello del ferro, si prenderà il diametro della palla di piombo, di peso vguale con quella di ferro, che sia diametro d'vna sfera, la qual sia $\frac{2}{3}$ della palla di ferro. E finalmente per notare le palle à ragion d'oncie 16 per libra, auuerti che 4 libre da oncie 12 fanno 3 libre da oncie 16 l'vna: perciò prendi il diametro trouato di libre 4 piccole, e notatolo sopra vn lato della Regola, ò Colibre sia il diametro di libre 3 grosse, e questo diametro applicato nello Stromento all'interuallo 3. 3, s'hauranno da gl'altri interualli tutti li diametri delle palle à ragion di peso d'oncie 16 per libra. Dal che ciascun vede, che questi diametri son tali, che ciascuno aggiunge vn terzo di peso alle palle, che hanno la stessa denominatione nella serie de' diametri à ragione d'oncie 12 per libra. E così il diametro di 45 libre grosse è il diametro di libre 60 piccole, perche come 16 à 12, così 60 à 45.

E così si faccia riflessione, quanto più giusti sarãno communemente li diametri delle palle notate, e prese dal Compasso di Proportione segnato nella linea Cubica, come habbiamo detto in questo Capo, che con la forma prescritta da Luigi Colliado nella sua Prattica Manuale di Artiglieria trattato 4 cap. 32, doue ciascuno potrà essaminare, quanto s'allontani dalla precisione. E sia per essempio ciò ch'egli dice per hauer'il diametro d'vna palla di due libre; prendasi, dice egli, il diametro d'vna palla d'vna libra, e diuiso in quattro parti, vna se ne aggiunga, sì che il diametro di vna libra è come 4, e quello di due è come 5; li cubi sono 64, e 125, e pure questo, per esser doppio, douria essere 128, onde manca dalla precisione $\frac{3}{64}$. Ma nel nostro Stromento il diametro d'vna palla d'vna libra è 1000, quello di due è 1259, il cubo di questo è 1995616979, il quale douria essere 2000000000, e perciò manco della precisione $\frac{4383021}{1000000000}$, doue che li $\frac{3}{64}$ ridotti alla stessa denominatione, sono $\frac{46875000}{1000000000}$, che è vna differẽza dieci

volte

volte maggiore di quella, che viene dal modo da noi tenuto. Così per il diametro della palla di tre libre diuide in sette parti quello di due, & vna di queste aggiunge, onde il diametro di due al diametro di tre libre è come 7 à 8; il diametro di due era $\frac{4}{5}$ del primo diametro, dunque il diametro di tre libre è $\frac{10}{7}$ del primo diametro, com'è manifesto, se le due proportioni 4 à 5, e 7 à 8 si cõtinuano in tre termini 28 35.40. Dunque il diametro d'vna lib. al diametro di tre libre è come 7 à 10: il cubo di quello è 343, il cubo di questo è 1000, e pur'il triplo del primo è 1029; sì che è minor del douere di $\frac{29}{343}$, le quali ridotte sono $\frac{845481}{10000000}$. Ma nel nostro Stromento il diam. della palla di tre libre è 1442, il cui cubo 2998442888 manca dal triplo cubo del primo 3000000000, solamente di $\frac{1557112}{1000000000}$. Dal che manifestamẽte apparisce, quanto più accuratamẽte cõn questa maniera possano farsi Colibri giustissimi, e con facilità grandissima, & essaminare i già fatti.

Ma se il Bombardiere haurà seco questo Stromẽto di Proportione, haurà seco vn Calibre vniuersale per tutti i paesi, secondo la diuersità de' pesi; poiche conosciuto il diametro d'vna palla di determinato peso di quel paese, ritenuta quell'apertura dello Stromento, à cui tal diametro è applicato al numero corrispondente alle libre del peso, subito si conoscerà il diametro di qual si voglia altra palla di tal materia di qual si voglia peso.

Che se per auuentura la proportione, che deuono hauer' i solidi simili fosse espressa in numero maggiore del 50, che si troua nella linea Cubica dello Stromento, come se la proportione fosse di 40 à 72, si riduca à minor termini, come di 10 à 18, ouero di 5 à 9, e con questi numeri si operi, come se in essi fosse data la proportione, poiche in realtà è la stessa proportione diuersamẽte espressa. Ma se li numeri della Proportione non hauessero alcuna commune misura, come 49 à 60, s'applichi il lato del solido dato all'interuallo 49. 49; dipoi ritenuta quell'apertura dello Stromento, diuiso il 60 per alcun numero, che lo misuri, sia per cagion d'essempio, il 12, che lo misura per 5, prendo l'interuallo

12. 12, e conseruo questa lunghezza, la quale applico all'interuallo di qualche numero; che habbia tra' numeri della linea vn numero quintuplo à cagione, che il 12 misuraua per 5 il 60; e per essempio l'applico al 7. 7; Quindi al quintuplo di 7, cioè all'interuallo 35. 35 haurò il lato del solido, che sarà come 60 in riguardo del dato, che è 49. E che ciò sia è chiaro dall'operatione, perche nella prima operatione si trouò il lato d'vn solido, che al 49 era come 12; nella seconda operatione s'è trouato il lato d'vn solido quintuplo di quello, e perciò prendendosi cinque volte il 12, vien'ad essere 60. Così per hauer' il lato del solido, che sia come 51 ad vn'altro, il cui lato s'addatta all'interuallo 28. 28, prendo l'interuallo 3. 3: questo applico, aprendo lo Stromento, al punto 2. 2; & al 34. 34 trouo la grandezza del lato di 51: perche 34 contiene il 2 diecisette volte; all'interuallo 2. 2 fù applicato il lato del solido 3; dunque il 3 preso 17 volte dà 51. Di quì apparisce, che se il numero maggiore si misura dall' 8, preso l'altro numero, che lo misura, e raddoppiato l'interuallo, sarà il lato cercato; Come se si volesse il lato di 96, il quale si misura dal 12 per 8; preso l'interuallo 12. 12, e raddoppiato, darà ciò, che si cerca, perche il lato doppio dà il cubo ottuplo, e così il 12 ottuplicato è 96.

Ma quando occorresse, che il numero maggiore di 50 fosse numero primo, nõ misurato da altro numero, che dall'vnità, e per conseguenza dispari, come se fosse 83, si potrà senza pericolo di errore sensibile prendere la metà del numero all'interuallo 41½. 41½, e poi applicata questa distanza al punto 25. 25, l'interuallo 50. 50 darà il lato cercato di 83: perche se bene quel lato, che dà il 41½ preso à occhio, non è così preciso, è però tanto poca la differenza, che per l'operatione fisica non porta errore notabile.

QVE-

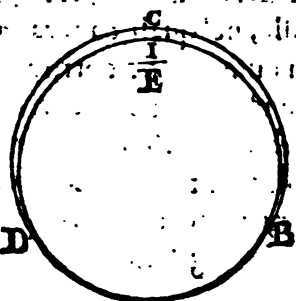
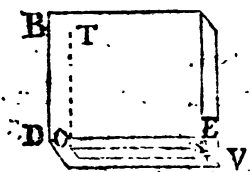
QVESTIONE QVARTA.

Dati due corpi simili, come si conosca la loro proportione.

COn due Compassi si prendano i due lati homologi, & applicati nella linea cubica à gl' interualli, ne' quali caderanno con precisione la maggiore che si potrà, i numeri, che corrispondono esprimeranno la proportione. E se i lati de' corpi dati fossero troppo grandi per applicargli allo stromento, si operi con vna lor parte aliquota simile, perche il solido simile sopra la parte del lato d'vno, hà al solido simile sopra parte simile del lato dell'altro la proportione, che hanno tra di loro gl'intieri solidi simili sopra i lati intieri.

Prendiamo l'essempio dalli Bombardieri, i quali danno il vento alle palle dell'artiglieria, cioè prendono le palle vn poco minori di quello, che richiede la bocca del pezzo, à fine che mancando per auuentura, come spesso accade, la douuta rotondità alla palla, non resti impedita dal potersi spinger à basso. quãto conuiene, ò nello sparare non incontrasse con qualche piccola prominenza à serrar così giusto, che pericolasse il pezzo. Due sono le prattiche, che adoprano. Primieramente prendono il diametro della bocca del pezzo, e diuisolo in 21 parti, ne danno 20 per il diametro della palla. Ora per sapere, che proportione habbia la palla, che realmente s'adopra, à quella, che giustamente porta il pezzo. s'ella fosse isquisitamente polita, e liscia; prendasi il diametro dell'anima del pezzo, e nella linea cubica dello stromento s'applichi all'interuallo di quel numero, che è il peso della palla, che lo denomina, e sia vn cannone da 40, onde dourà applicarsi all'interuallo 40.40; e poi si vegga à che interuallo si possa applicare il diametro della palla, ch'è $\frac{20}{21}$ del diametro del pezzo, e si trouerà, che cade tra li numeri 34, e 35, onde si raccoglie, che tal palla non arriua à 35 libre di peso, ma è circa $34\frac{1}{2}$. E ciò si cõferma, se delli due diametri 21, e 20 si prendano i cub. 9261, &

M 8000:

8000: & essendo il primo libre 40. si faccia come 9261 à 8000, così libre 40 à libre 34 $\frac{5}{7}$, & in questa maniera, se la portata del pezzo, fosse di libre 50: dato il vento alla palla, con leuare al suo diametro $\frac{1}{21}$, saria la palla solo di libre 43 $\frac{1}{5}$ poco meno.

La seconda maniera è, come nella figura il circolo CDAB sia la bocca del pezzo, e dal punto A s'applichi il semidiametro in AB, & AD: e preso l'interuallo DB, dal punto A si tagli il diametro AC nel punto E; & del restante EC si lasci vn terzo IC; & IA sarà il diametro della palla, à cui s'è dato il vento. Per saper dunque quanto meno pesi della giusta portata del pezzo, s'applichi nella linea cubica il diametro AC al numero del peso, che denomina il pezzo, per essempio da 40, all'interuallo 40. 40; e poi il numero dell'interuallo, in cui cade il diametro AI manifestarà il peso vero della palla 35. E questo si confermerà, se preso il diametro AC, come 200, trouerò tanto nella linea Aritmetica dello stromento, quanto nelle Tauole Trigonometriche, che BD corda di gr. 120, cioè AE è 173, e per conseguenza EC 27, la cui terza parte 9 è CI; e perciò IE 18 aggiunta alla EA 173 da tutto il diametro della palla AI 191, & AC è 200; i quali numeri nella tauoletta posta in questo Capo sono radici delli cubi 7, & 8: e così se 8 dà libre 40, 7 ne darà 35. Come pure con questo metodo: se l'anima del pezzo fosse capace di palla di libre 50, datogli il vento, si trouerà, che sarà solo di libre 43$\frac{3}{4}$.

Dalle cose dette si caua, come si possa anche venir in cognitione della solidità de' corpi vuoti, quando la vacuità di dentro è capace d'vn corpo solido, simile à quello di tutto il vase, se fosse pieno. Come nella fig. 20. se sia dato il vaso BEV, la cui vacui-

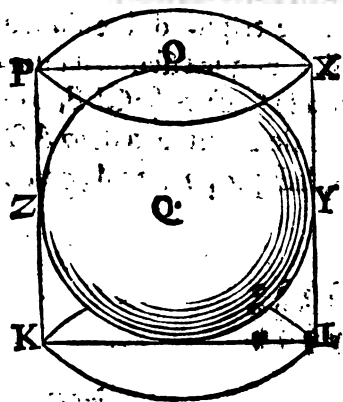
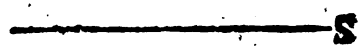
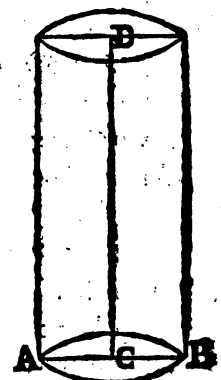
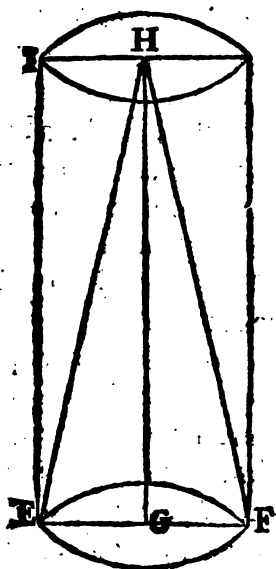
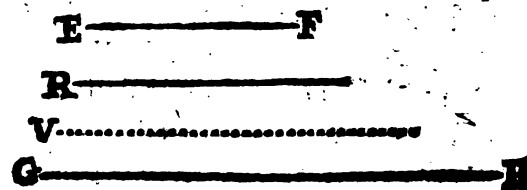
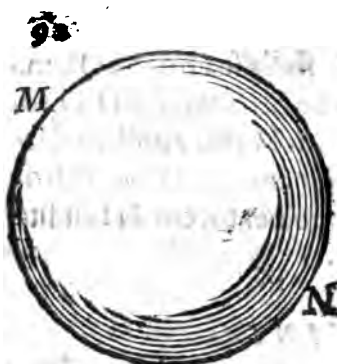
tà

tà si riempirebbe con vn corpo simile; e sia la sua bocca OI, in maniera che, come DE ad EV, così OS ad SI, e come ED à DB, così SO ad OT profondità della capacità del vaso. Applico il lato DB all'interuallo 18. 18, e preso col Compasso il lato OS, trouo, che cade nell'interuallo 9. 9, onde argomento, che la solidità del vaso è tanta, quanta è la capacità sua.

QVESTIONE QVINTA.

Come si possa far'vn Cono vguale ad vn Cilindro dato, e che habbiano li diametri delle basi, e gl'Assi proportionali.

OGni cono paragonato con vn cilindro, che habbia la base, e l'asse, vguale alla base, & all'asse del cono, è la terza parte del cilindro, per la 10 del lib. 12, e perciò dato il cilindro, basterà trouar' il diametro della base, e l'asse d'vn simile cilindro, che fosse tre volte maggiore, perche il cono, che haurà questo diametro della base, e questo asse, essendo la terza parte di questo cilindro triplo del primo, sarà vguale al primo cilindro. Ora perche li cilindri simili sono nella triplicata proportione delli diametri delle basi, per la 12 del lib. 12, cioè come i cubi di detti diametri; perciò applicato il diametro del cilindro dato AB nella fig. 21 à qual si voglia numero, della linea cubica, come per essempio all'interuallo 6. 6, prendasi il numero triplo (poiche il cilindro da farsi deue esser triplo) e l'interuallo 18. 18 darà la linea EF diametro della base, il cui centro è G. Dipoi all'istesso interuallo 6. 6 applicato l'asse CD del cilindro dato, l'interuallo 18. 18 darà l'asse GH, e perciò il cilindro EIF è simile al cilindro ADB, essen-

do come AB ad EF diametri, così CD à GH assi; & essendo il cubo di EF triplo del cubo di AB, per la cõstruttione dello stromento, anche il cilindro EIF è triplo del cilindro dato ADB: Dunque essendo il cilindro EIF triplo anche del cono EHF sopra la stessa base GEF, con la stessa altezza GH sarà il cono EHF vguale al cilindro dato ADB, & hauranno li diametri delle basi, e gl'assi proportionali, come s'era proposto.

Come si troui vna Sfera vguale ad vn Cilindro dato.

SE fosse data vna gran Colonna, e si volesse sapere, quanto, ò quale douria esser'il diametro d'vna sfera vguale alla colonna (la quale suppongo esser'vn cilindro retto, cioè, che l'asse cade perpendicolare nella base; se nò, facilmente si ridurrà ad vn cilindro retto, che habbia l'istessa base, e l'istessa altezza perpendicolare, che sia asse, come si raccoglie dal Corollario della 11 del lib. 12) prendasi il diametro della base, e l'altezza di tal cilindro; si troui la lor proportione in numeri, per la quest. 5. del cap. 2. e nella linea cubica dello stromento applicato il diametro all'interuallo del numero, che gli corrisponde, si prenda l'interuallo, che dà l'altro numero corrispondente all'asse. Questa distanza trouata s'applichi nello stromento all'interuallo 2. 2, poiche l'interuallo 3. 3 darà il diametro cercato della sfera vguale al cilindro. E se gl'interualli 2. 2, e 3.3 fossero troppo piccoli, si prendano li loro equemoltiplici in qualunque proportione. Sia nell'istessa fig. 21 dato il cilindro EIF, à cui si voglia far' vna sfera vguale; si troua, che il diametro della base EF all'asse GH è come 91 à 200, cioè come 5 à 11, nella linea cubica applico EF all'interuallo 5. 5, e l'interuallo 11. 11 mi dà la linea R. Applico la linea R all'interuallo 2. 2, e l'interuallo 3. 3 mi dà la linea S diametro della sfera MN vguale al dato cilindro EIF.

Per dimostrare, che ciò sia, prendasi la linea R diametro, & asse del cilindro quadrato KPXL, & in questo cilindro s'intenda la sfera, il cui centro Q, e così il diametro della base del cilindro KL, come l'altezza KP sia vguale al diametro della sfera. Ora perche li cubi di EF, e di R sono come 5, e 11, per la costruttione dello stromento, la proportione di 5 à 11, cioè di EF à GH, è triplicata della proportione de' lati, cioè di EF à R; dunque R è la seconda di quattro continuatamẽte proportionali, delle quali EF

è la

è la prima, e GH la quarta, e la V la terza. Dunque perche le basi de' cilindri EIF, KPL sono nella proportione duplicata de' diametri EF, KL, cioè R, le basi di detti cilindri sono come EF prima alla V terza. Ma come EF à V, così R à GH; dunque come la base, il cui diametro EF, alla base, il cui diametro KL, così l'altezza PK per la costruttione vguale alla linea R, all'altezza GH. Dunque, per la 15 del lib. 12, reciprocandosi le basi, e l'altezze, i due cilindri EIF, KPL sono vguali. Dunque la sfera QZOY, il cui diametro è la linea R vguale all'altezza del cilindro, & il cui circolo massimo è vguale alla base di detto cilindro, è subsesquialtera al cilindro, cioè come 2 à 3, per il Manifesto 9 del lib. 1 de Sphæra, & Cylindro d'Archimede. Dunque essendosi presa la linea R lato del cubo 2, e la linea S lato del cubo 3, la sfera MN, il cui diametro è la linea S è sesquialtera della sfera QZOY, il cui diametro è la linea R. Dunque così la sfera MN, come il cilindro KPL essendo sesquialteri della stessa sfera QZOY, sono vguali; dunque anche la sfera MN è vguale al dato cilindro EIF.

QVESTIONE SETTIMA.

Come d'vn numero dato si troui la Radice Cubica.

APerto lo Stromento; gl'interualli de' numeri nelle linee cubiche danno i lati de' cubi, i quali hanno tra di loro la proportione espressa dalli numeri adiacenti. Dunque se detti lati s'applicheranno ad interualli delle linee Aritmetiche, si conoscerà la proportione di detti lati; la qual'è la subtriplicata della proportione de' cubi. Dunque conosciuta la proportione di due cubi, & il lato d'vno di essi, si conoscerà anche l'altro. Quindi è, che applicato vn cubo ad vn numero delle linee cubiche, e preso il lato d'vn'altro cubo conosciuto nella sua radice, & applicata questa all'interuallo corrispondente nelle linee Aritmetiche, l'altro lato del cubo dato si conoscerà, essendo applicato all' interuallo pro-

por-

portionato delle linee stesse Aritmetiche. Perciò dato vn numero preso come cubo; & applicato alle linee cubiche (nel modo proportionatamente, che si disse dell'estrattione della radice quadrata con le linee Geometriche) quel che resta, tagliare via le tre vltime figure, e preso l'interuallo d'uno de' numeri cubi segnati nelle linee, cioè 8. ouero 27. radice de' quali sono 2. e 3. e questo poi nelle linee Aritmetiche applicato al 20. 20. ouero al 30. 30. l'altro interuallo applicato alla stessa linea, darà la radice cubica cercata. E la ragione, perche si buttino via le tre vltime figure, è perche li cubi di 20. e di 30. sono 8000. e 27000. e così gettate via le tre vltime figure, resta la proportione de' cubi espressa in numeri minori, che sono segnati nelle linee dello Stromento: & applicati poi gl'interualli alli 20. ouero 30. & à numeri corrispondenti, vengono le radici cercate.

Cerchisi la radice cubica del numero 14119. gettate via le tre figure 119, il resto 14 applico all'interuallo 14. 14 delle linee cubiche: poi con vn'altro Compasso grande l'interuallo 8. 8 nella stessa apertura dello Stromento. Poi nelle linee Aritmetiche applico questo 2 interuallo preso alli punti 20. 20. che è la radice di 8000. e vedendo, che il primo interuallo preso applicato à queste stesse linee Aritmetiche cade al 24. 24. e vn poco più; dico, che la radice cubica del dato numero 14119 è 24 con vna frattione aderente. Che se le tre vltime figure tagliate passano li 500. si può accrescer d'vn'vnità il numero, che resta, poiche più s'accosta al mille. Così cercandosi la radice di 19864. si può in vece del 19 prendere il 20. & operando come prima, si troua esser la sua radice 27. e poco più.

Ma se il numero restante fosse maggiore del massimo notato nelle linee cubiche, prendasi vna parte aliquota tale, che nelle linee cubiche siano due numeri così moltiplici l'vno dell'altro, come il tutto è moltiplice della detta parte aliquota: come se si prende la sesta parte, vi sia vn numero sestuplo d'vn'altro. Et in tali occasioni è bene nel principio prendere piccola apertura dello

lo Stromento, per poter poi applicar quell'interuallo preso à numeri minori, come mostrerà l'isperienza. Cerchisi la radice cubica di 336212: tagliate le tre vltime figure, resta 336, il qual'è troppo grande; piglio dunque la settima parte di 336, cioè 48. & aperto lo Stromento, prendo nelle linee cubiche l'interuallo 48. 48, e con vn'altro Compasso l'interuallo 8. 8. Ma perche il lato preso di 48 è solo il lato d'vn cubo subsettuplo del cubo dato, perciò cerco nella linea cubica due numeri, vno de' quali sia settuplo dell'altro, e sono 5, e 35: perciò quell'interuallo preso 48. 48, allargando lo Stromento, lo metto alli punti 5. 5, & allhora prendo l'interuallo 35. 35, che è quello, che si cercaua. Quindi l'interuallo, che fù preso trà 8. 8 applico nelle linee Aritmetiche al 20. 20; & in quell'apertura di Stromento trouando, che l'vltimo interuallo s'applica nelle dette linee Aritmetiche alli punti 69. 69, & vn poco più, dico, che la radice del numero 336212 è 69 con vna frattione.

Quando poi l'interuallo vltimo riuscisse così grande, che fosse maggiore dell' interuallo 100. 100 della linea Aritmetica, si descriue vna linea vguale à tal' interuallo delle linee Geometriche vltimamente trouato, e cauatane la distanza 100. 100 delle Aritmetiche, s'applica il resto della linea, e si vede quanto di più vada aggiunto al 100. Cerchisi la radice cubica di 1840325, gettate le tre vltime figure, diuido il resto 1840 in quaranta parti, e trouo, che la sua quarantesima parte è 46. Apro mediocremente lo Stromento, e prendo col primo Compasso l'interuallo 46. 46, e col secondo Compasso l'interuallo 8. 8. Dipoi, perche il cubo 46. 46 và moltiplicato 40 volte, applico quell'interuallo preso col primo Compasso all'interuallo 1. 1, e poi prendo l'interuallo 40. 40. Et operando poi, con hauer applicato l'interuallo preso col secondo Compasso alli punti 20. 20 delle linee Aritmetiche, trouo, che eccede l'altro Compasso la massima distāza 100. 100: perciò da vna linea descritta vguale all' vltimo interuallo preso col Compasso alli punti 40. 40 delle cubiche, cauo l'interuallo

100.

100. 100 dell'Aritmetiche,& applico à quello il resto della linea descritta, e cadendo alli punti 22, dico, chia la radice cubica del numero dato 184032 5,è 122 con qualche frattione.

Quì pure nel numero così grãde,che due numeri, i quali moltiplicati insieme lo producono, sono maggiori delli notati nella linea cubica dello stromẽto, se ne piglino 3, ò anche quattro, dalla moltiplicatione de' quali vien prodotto il numero, che resta, leuate le tre vltime figure, nel modo detto, quando si parlò dell' estrattione della radice quadrata. Così cercando la radice cubica di 3600000, leuate le tre vltime figure, resta 3600, che si fà dal 60 per 60: posso dunque prendere tre numeri 15. 15. 16, e preso l'interuallo 15. 15, prender poi il lato del cubo quindecuplo di questo, applicando quell' interuallo al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 45. 45, & hauuto questo, s'hà à prender'il lato del cubo sedecuplo, il che si farà applicando questo secondo interuallo trouato al 3. 3, e poi prendendo l'interuallo 48. 48, & operando con questo nel modo detto, nelle linee Aritmetiche si troua, che la radice cubica di 3600000, sarà 153 in circa.

Finalmente per i piccoli numeri s'opera senza tagliarne alcuna figura; e s'hanno gl'intieri con le decime. Cerco la radice del numero 47; prendo l'interuallo 47. 47, & anche 8. 8. questo secondo nelle linee Aritmetiche applico al 20. 20, e l'altro cade nel 36. 36 poco più: onde dico, che la radice cubica di 47 è $3\frac{6}{10}$, poco più: perche per radice di 8 doueua prendersi 2, e nõ 20; dunque hauutisi i decimi del cubo preciso, vengono li decimi del cubo dato non così preciso. Cerco la radice di 180, prendo il quinto 36, e l'interuallo 36. 36 applico ad vn'altro numero, di cui sia il quintuplo nelle linee cubiche, per essempio al 5. 5, e poi prendo l'interuallo quintuplo 25. 25. Poi applicato l'interuallo 8. 8 preso da principio al 20. 20 delle linee Aritmetiche, trouo, che l'vltimo interuallo cade nelle linee Aritmetiche al 56. 56, e quasi 57. 57, onde conchiudo, che la radice cubica di 180 è $5\frac{6}{10}$ in circa.

N In

In questo luogo, come per aggiunta, mi persuado non sia per esser discaro al mio Lettore, se proporrò vna maniera assai facile per trouar la radice cubica de' numeri, almeno molto vicina alla precisione, della quale non si curano più che tanto quelli, che cercano tali compendij, dissi vicina alla precisione, non perche non si possa hauere la radice precisa, quando ella c'è, ma perche in alcuni numeri grãdi, come appresso si vedrà, nõ sempre s'affrõterà.

Per li numeri, che non siano maggiori di sei figure, e perciò la radice non è che di due figure, seruirà con ogni precisione la seguente tauoletta, in cui nel capo di ciascun'ordine, doue è C. 2. C. 3. &c. si mostra che, quando la prima nota della radice è 2, ouero 3, ò qualunque altro numero, tutto quello, che si dourà cauare, è vno de' numeri posti in quell'ordine venendo à basso; e nella prima colonna, doue son poste le 9 radici, corrisponde al numero la figura, che si deue aggiunger'alla radice trouata da principio.

R	C.	C. 1	C. 2	C. 3	C. 4	C. 5	C. 6	C. 7	C. 8	C. 9
1	1	331	1261	2791	4921	7651	10981	14911	19441	24571
2	8	728	2648	5768	10088	15608	22328	30248	39368	49688
3	27	1197	4167	8937	15507	23877	34047	46017	59787	75357
4	64	1744	5824	12304	21184	32464	46144	62224	80704	101584
5	125	2375	7625	15875	27125	41375	58625	78875	102125	128375
6	216	3096	9576	19656	33336	50616	71496	95976	124056	155736
7	343	3913	11683	23653	39823	60193	84763	113533	146503	183673
8	512	4832	13952	27872	46592	70112	98432	131552	169472	212192
9	729	5859	16389	32319	53649	80379	112509	150039	192969	241299

Sia dato il num. 438976, da cui deuesi estrarre la radice cubica. Noto li punti sotto il 6, e l'8 al modo consueto: e nel secondo ordine, che è de' cubi, trouo, che il cubo prossimamente minore di 438 è 343 cubo di 7; dunque noto 7 per radice,

438976 | 76
343
95976
95976
•

e leuo

e leuo 343 dal 438, e resta 95. A queste figure 95, che son restate, aggiungo l'altre tre figure del numero dato, & è 95976.

Ora perche la radice trouata da principio è 7, cerco nell'ordine C. 7, venendo à basso vn numero vguale, ò prossimamente minore del 95976, e lo trouo precisamente à dirittura della radice 6 nella prima colonna: perciò aggiungo il 6 alla radice 7, e fatta l'estrattione, nulla rimane; onde conchiudo, ch il num. dato 438976 è precisamente cubo, e la sua radice è 76.

Nell'istessa maniera dato 749812, leuo dal 749 il cubo di 9, che è 729, e rimane 20. Il numero, che resta è 20812. Ora perche la radice è 9, cerco nella colonna C. 9 vn numero prossimamente minore, e niuno ve n'è; onde aggiungo il 0 alla radice, che sarà 90, e resta per numeratore della frattione adiacente il numero 20812, e per denominatore al modo solito sarà il triplo quadrato della radice trouata, cioè 24300, ouero 24400, quello dà la frattione maggiore, e questo minore del douere.

749812		90	20812 / 24300
729			
20812			

Ma se il numero dato fosse 57649, leuo dal 57 il cubo di 3, che è 27, e resta 30; sì che il nnmero rimanẽte per la seconda operatione è 30649. Cerco dunque nella colõna C. 3 vn numero prossimamente minore di questo, che è rimasto, e trouo 27872, quale cauo dal 30649, e resta 2777. E perche all'incõtro del sudetto numero 27872 si troua la radice 8, aggiũgo questa al 3, & è la radice del numero dato 38 con vna frattione, il cui numeratore è quel 2777, che restò, & il denominatore è il triplo quadrato della radice 38.

57649	38
27	
30649	
27872	
2777	

La ragione di questo modo d'operare è, perche i numeri di ciascuna area della tauoletta sono quelli, che si fanno dal triplo quadrato del numero posto in cima (preso però come numero decadico, cioè non 2, ma 20, e così de gl'altri) moltiplicato nel numero laterale corrispondente della radice, e di più dal quadra-

to della radice posta nella prima colonna nel triplo del primo numero della radice preso pure come decadico, e di più dal cubo della detta secõda figura della radice. Per essempio, sotto il C. 3 si troua corrispondente alla radice laterale 3 il num. 8937. Questo si fà dal quadrato di 3 (cioè dello 30 posto in cima) preso tre volte, & è 2700, moltiplicato per la seconda radice laterale 3, onde è 8100. Di più il triplo della prima radice, che era 3 (cioè 30) è 90, e questo si moltiplica per il quadrato della seconda radice 3, cioè per 9, e si fà 810. Finalmente prendo il cubo della seconda figura della radice 3, cioè 27, & aggiunti insieme questi tre numeri solidi 8100, 810, 27, si fà la somma 8937: E questo numero si dourà sempre cauare nella seconda operatione, quando la prima figura della radice sarà 3, e la seconda sarà parimenti 3. L'istesso s'intenda fatto in tutti gl'altri numeri areali di questa tauoletta. Onde fatta la fatica vna volta in far la tauoletta, riesce poi facile l'operatione nel modo detto.

Che se il numero dato sarà maggiore di sei figure, si diuida per vn numero cubo, di cui sia conosciuta la radice, e del quotiente rimasto minore di sette figure si caui nel modo predetto la radice; poiche se questa radice trouata si moltiplicarà per la radice nota del cubo, che fù diuisore, si produrrà la radice cercata del numero dato. La ragione di ciò è manifesta, perche come l'vnità al diuisore, così il quotiente al numero diuiso; dunque essendo l'istessa la lor proportione subtriplicata, è anche come la radice cubica dell'vnità alla radice cubica del diuisore, così la radice cubica del quotiẽte alla radice cubica del numero diuiso; questa dunque si fà con la moltiplicatione delle radici cubiche del quotiẽte, che è trouata, e del diuisore, che si suppone nota. Sia dato il numero 320013504000, di cui si cerca la tadice cubica. Mi è noto, come suppongo, che 438976 è numero cubo, la cui radice è 76. Prendo quel numero per diuisore del numero dato, e mi vien per quotiente 729000; di questo cerco la radice cubica nel modo sopradetto, e trouata esser 90, moltiplico 90 per 76 radice del diuisore,

re,

re, e si produce 6840 radice cercata del numero dato. Così sia dato 12802406 4: questo diuido per 343 cubo del 7: del quotiente 373248 trouo la radice essere 72; e questa moltiplicata per 7 radice del diuisore, produce 504 radice cercata del numero dato.

Ma se vn numero sarà così grande, che non ti sia noto vn cubo, che diuidendolo lasci per quotiente meno di 7 figure, diuidilo per quel cubo, che ti è noto: & il quotiente troppo grande diuidi similmente per vn cubo noto, sin che habbi vn quotiēte piccolo à tuo modo, dal quale possi cauar la radice: dipoi questa radice moltiplicata successiuamente con le radici de' cubi presi per diuisori, darà finalmente la radice cercata.

Di quì hai vn modo assai facile per cauare la radice cubica anche senza questa tauoletta, se solamente saprai i primi noue cubi, diuidendo per essi il tuo numero, sin che resti vn quotiente minore di 4 figure, di cui ti sarà nota la radice: e questa poi moltiplica per tutte le radici de' cubi diuisori. Sia dato lo stesso numero poco prima posto 128024064: lo diuido per 729 cubo del 9, & il quotiente 175616 diuido di nuouo per 343 cubo del 7, e viene il quotiente 512, la cui radice è precisamente 8. Dunque moltiplicate insieme queste tre radici 9, 7, 8, si produce dell'8 in 9 il 72, e questo per il 7 dà 504 radice del detto numero.

Dal che potrai anche inferire la facilità del seruirsi delli cubi di 10, 100, 1000, &c. tagliando dal dato numero alla destra tanti numeri ternarij di figure, che non restino più di tre figure, delle quali prendi il cubo maggiore con la sua radice, e quel che auanza del numero restato aggiūgi alle figure tagliate, e serue per numeratore della frattione, il cui denominat. sarà il triplo quadrato della radice trouata, aggiunti tanti zeri, quante figure tagliasti fuora: Dipoi questa radice trouata moltiplica per il 10, ouero 100, &c. conforme tagliasti fuora 3, ò 6, ò 9 figure, e si produrrà la radice cercata: è ben verò, che sarà vn poco maggiore del douere, come per il contrario, se hauessi accresciuto d'vn'vnità quel

triplo quadrato della radice, verrebbe vn poco minore del douere. Così sia dato l'istesso 128024064: taglio sei figure, che è come diuiderlo per 1000000, cubo del 100, resta $128\frac{024064}{1000000}$ da cui cauato 125 cubo di 5, resta 3 con la frattione: Dũque, poiche 75 è il triplo quad. di 5, la radice sarà $5\frac{3\frac{024064}{1000000}}{75}$, cioè $5\frac{3024064}{75000000}$. questa radice moltiplicata per 100 radice del cubo diuisore, produce 504, con l'aggiunta d'vna frattione, la quale fà il num. troppo grande: che se in vece del 75 hauessi preso 76, saria venuto meno di 504, onde si caua douersi prendere 504.

CAPO V.

Come s'habbia à notare nello Stromento la Proportione de' Metalli; & vso di questa linea metallica.

HAbbiamo sin'ora nelle linee segnate sù lo Stromento, risguardato precisamẽte le grandezze, ò siano lunghezze, ò aree, ò corpi, senza tener conto della materia: Ora per cagion d'essempio, onde altri potrà à suo talento descriuerne altre, consideriamo le grandezze in materie determinate in quanto si possono paragonar'insieme, e siano li metalli, aggiũgendoui la Calamita, il Marmo, e la Pietra, per hauer dieci materie da paragonar'insieme. In due maniere si può instituire questa cõparatione, cioè nella grauità, essendo vguale la lor mole; ouero nella mole, essendo vguale il lor peso. Ma perche hauere nello Stromento vna linea diuisa nella proportione della grauità, è cosa, che non hà molta difficoltà, poiche è vna diuisione di linea semplice, e tutte le sue operationi non solo si puonno facilmente fare con la linea Aritmetica, hauuto risguardo alla Tauoletta, che quì si porrà, nella cui seconda colonna s'esprimono le proportioni delle grauità; ma anche senza la Tauoletta si potranno cauare dallo Stromento nel modo, che quì à basso nella Quest. 1. si dirà; perciò

perciò è meglio hauer le proportioni de' lati cubici, ouero delli diametri delle ſfere, ch'eſſendo di diuerſa materia, ſono però di vgual peſo; e queſto hauendo qualche difficoltà, conuerrà quì ſpiegare, acciò ſi vegga il modo, che ſi deue tenere; poiche li meno prattici vi ci potriano prendere non piccolo sbaglio.

Suppongo noto dalla Statica, che la ſpecie della grauità de' corpi paragonati inſieme ſi conoſce dal peſo di ciaſcuno nell' iſteſſo mezzo, in cui grauitano, eſſendo di mole vguali: così perche vna palla di ferro peſata nell'aria ſi troua eſſere libre 21, doue che vna di pietra della ſteſſa grandezza peſata pure nell'aria, non è che libre 7, perciò diceſi, che il ferro è tre volte più peſante della pietra. In oltre ſuppongo ciò, che nella Statica ſi dimoſtra, che le grauità ſpecifiche de' corpi, e le loro moli ſono reciprocamente proportionali, cioè, come la grauità ſpecifica del primo alla grauità ſpecifica del ſecondo, quãdo le moli ſono vguali, così quando le grauità aſſolute ſon vguali, la mole del ſecondo alla mole del primo. E per ſtare nell'eſſempio propoſto del ferro, e della pietra, il ferro è in ſpecie tre volte più peſante della pietra; dunque quando ſaranno due maſſe, vna di ferro, e l'altra di pietra vguali di peſo, la maſſa di pietra ſarà reciprocamente tre volte maggiore di quella di ferro. Così perche in mole vguale il peſo dell'oro è come 100, & il peſo del rame è come $47\frac{1}{3}$, così in peſo vguale la mole del rame ſarà come 100, e la mole dell'oro ſarà come $47\frac{1}{3}$; e così di tutte l'altre grauità.

Quindi è, che conoſciuta la proportione, che hanno le grauità ſpecifiche de' corpi propoſti, ſi verrà a trouar la proportione della loro ſolidità, quando ſi ſuppongano di peſi vguali, ſe ſi riuoltarà la proportione delle grauità in modo, che quello, ch'era conſeguente nelle grauità, diuenga antecedente della proportione nelle ſolidità. Onde eſſendo li dieci corpi propoſti nella grauità tali, che l'oro è il più peſante, e la pietra il più leggiero, per il contrario, ſe ſi faranno dieci palle di peſo vguale, quella di pietra è la più grande, e quella d'oro la più piccola.

E pri-

E prima di passar'auanti, mi conuien quì auuisare, che si troua appresso gl'Autori qualche diuersità nel determinare le proportioni delle grauità specifiche;e ciò è potuto accadere senza alcun errore,ò imperfettione nelle lor' isperienze, perche il ferro,ò l'argento, ò l'oro di tutte le miniere non è perfettamente simile, ne tutti i marmi sono giustamente pesanti à vn modo, e da questa diuersità de'corpi osseruati hà potuto nascere la diuersità delle proportioni, che si sono determinate: anzi deue auuertirsi, che si troua diuersità di peso nel metallo coniato, e nel metallo fuso, perche nel fonderlo non si condensa tanto, quanto nel batterlo per coniarlo, e così nella stessa mole si può trouare diuersità di peso tra argento,& argẽto tolto dalla stessa miniera Ma perche si prenda la proportione trouata da alcun'essatto, e diligente osseruatore, tanto basta; perche nell'operatione fisica, à cui serue questo Stromento di Proportione, di cui trattiamo,non può riuscir'errore notabile. A me è piacciuta la proportione apportata dal Mersennio ne' suoi Hidraulici, come quella, che mettendo la grauità dell'oro, come 100, e paragonando con essa l'altre grauità, mostra alla prima assai intelligibilmente la loro proportione.

Or

Tauola delle grauità specifiche d'alcuni corpi, della solidità delle sfere vgualmente pesanti, e loro diametri in particelle millesime.

Corpi	Grauità specifiche	Solidità delle sfer. ò de' cubi	Proport. de' diam. ò lati cub.
Pietra	14	100	4.641 †
Marmo	21	$66\frac{2}{3}$	4.055 —
Calamita	26	$53\frac{11}{13}$	3.776 †
Stagno	$38\frac{1}{4}$	$36\frac{23}{38}$	3.320 †
Ferro	42	$33\frac{1}{3}$	3.218 †
Rame	$47\frac{1}{3}$	$29\frac{27}{47}$	3.094 —
Argento	$54\frac{1}{2}$	$25\frac{37}{54}$	2.950 †
Piombo	$60\frac{1}{2}$	$23\frac{17}{121}$	2.850 —
Argento viuo	$71\frac{1}{2}$	$19\frac{41}{71}$	2.695 †
Oro	100	14	2.410 †

Or'ecco in qual maniera s'è fatta questa Tauoletta, in cui nella prima colonna sono posti i corpi per ordine, come vãno crescendo di grauità, e calando di mole; nella seconda sono le grauità specifiche, cioè i pesi di detti corpi, quando sono di mole vguali; nella terza la solidità delle sfere fatte di ciascun corpo, sì che però siano di peso vguali: e quel che delle sfere si dice, s'intende de' cubi, e di qualsiuoglia altro corpo simile, poiche tutti sono nella triplicata proportione de' lati homologi, come le sfere sono nella triplicata proportione de' diametri: nella quarta poi sono le proportioni de' diametri delle sfere, ò lati de' cubi: Ecco, dico, in qual maniera s'è fatta questa Tauoletta. Perche la grauità della pietra è 14, e l'altra estrema dell'oro è 100, la mole della pietra si pone 100, e quella dell'oro 14. Dipoi paragonando la pietra col marmo, quella è in grauità 14, e questo 21; dunque quella in mole è 21, e questo 14. ma s'è posta la mole della pietra 100,

dunque dico, se 21 dà 14, 100 danno $66\frac{2}{3}$, e questa sarà la mole del marmo. Nell'istessa maniera s'anderà paragonando la grauità della pietra con la grauità de gl'altri, e si farà reciprocamente tale la mole della pietra alla mole di detti corpi. E questo compendiosamente si fà pigliando il numero 1400, e diuidendolo per ciascun numero delle grauità, cioè per 26 grauità della calamita, & il quotiente $53\frac{11}{13}$ è la mole della calamita; per $38\frac{1}{4}$ grauità dello stagno, & il quotiente $36\frac{23}{38}$ è la mole dello stagno, e così de gl'altri.

E perche nello Stromento conuien notare la proportione subtriplicata delle sfere, ò de' cubi, perciò da ciascun numero delle solidità si caua la radice cubica, aggiungendo à ciascun numero noue zèri, à fine d'hauer la radice in parti millesime: nel che s'è oprato nella stessa maniera, che nel Capo 4. onde circa il modo di seruirci de' numeri della quarta colonna per notar le diuisioni dello Stromento, non occorre replicar ciò, che già di sopra s'è detto.

Per venir dunque all'essecutione nella figura 10 dal centro dello Stromento, tiro le due linee AP vguali; e pongo, che AP sia diametro d'vna palla di pietra, il quale conforme alla Tauoletta è 464 centesime: onde si può intendere tutta la linea diuisa in 116 parti, ciascuna delle quali sia $\frac{4}{100}$. Quindi è, che prendendo la metà della linea A P, sarà di queste parti 58; e perciò nella linea Aritmetica dello Stromento applico la metà di AP all'interuallo 58. 58; & hò lo Stromento aperto per poter segnare occultamente nella linea AP gl'intieri, che sono 4. Essendo dunque ciascuna di quelle 116 parti di $\frac{4}{100}$, vn'intiero ne contiene 25: onde prendendo l'interuallo 25. 25, dal punto A, lo segno occultamente nella linea A P, replicandolo solo tre volte ne' punti a, b, c: perche tanto basta per il resto dell'operatione. Sì che vna di queste parti vltimamente trouate è 100 di quelle particelle, delle quali tutta la AP è 464.

Dunque per hauer le parti centesime in ordine à segnar nella

linea

linea AP. gl'altri diametri, la grandezza d'vna di queste parti vltimamente trouate per vn'intiero, applico nella stessa linea Aritmetica all'interuallo 50. 50; e ritenuto lo Stromento nella stessa apertura passo all'inuestigatione de gl'altri diametri nel modo che nella Quest.8. del Cap.2. si disse. Così perche il diametro della sfera di marmo è 405, prendo 105, & all'interuallo della metà, cioè al 52½. 52½ hò la parte da aggiunger alli tre intieri, cioè dal punto c fin'all' M; e così di quali parti AP è 464, di tali essendone A c 300, e c M 105, tutta la AM è 405 diametro d'vna sfera di marmo di peso vguale alla sfera di pietra. Così per la calamita alli due intieri A b aggiungo l'interuallo della metà di 178, cioè di 89. 89, & è b C; onde AC è il diametro per la calamita: E così de gl'altri. Similmente per l'argento, il cui diametro è 295, prendo alla metà di 195 l'interuallo 97½. 97½, e l'aggiungo ad vn intiero, cioè dal punto a, onde AA è il diametro di vna sfera d'argento. E nella istessa maniera s'anderanno aggiungendo ne gl'altri ad vn intiero gl' interualli proportionati: il che già tante volte s'è detto, che non occorre replicarlo.

Quì auuerto che nello Stromento si son poste le lettere initiatiue de' nomi Italiani, e per l'argento viuo, già che hà ottenuto da' Chimici il nome di Mercurio fattogli già commune, s'è posta la lettera M, la qual' essendo la più vicina alla lettera O, e sapendosi, che doppo l'oro l'argẽto viuo è il più pesante, ogn'vno facilmente intende essere la M per l'argento viuo. Sarà poi lecito à qualsiuoglia Artefice porre quelle lettere, che più gli piacerà, purche siano tali, che si possa facilmente conoscere qual nome dimostrino.

QVESTIONE PRIMA.

Come si possa cauare la proportione delle grauità specifiche di due, ò più corpi.

GIà s'è detto, che le grauità specifiche sono reciprocamente, come le moli, e grandezze delli pesi assolutamente vguali:

vguali; onde è manifesto, che hauendosi nello Stromento la proportione subtriplicata delle moli, questa proportione triplicatà darà la proportione delle moli, e rouerciata sarà proportione delle grauità specifiche. Si può dunque in due maniere operare. Primieramente, allargando lo Stromento, quanto piace, e prendendo con due Compassi gl'interualli de' due corpi, la cui proportione delle grauità specifiche si cerca: di poi con la linea Aritmetica per la Quest. 5. del Cap. 2. si vegga, che proportione in numeri habbiano quelli due interualli presi: li numeri si cubichino, e sarà nota la proportione cercata, se si riuolterà. Per essempio voglio paragonar l'oro con la pietra, prẽdo gl'interualli dell'vno, e dell'altra, e con la linea Aritmetica trouo alla pietra corrispondere 100. & all'oro 51, & vn poco più quasi 52. piglio il cubo di 100, che è 1000000, & il cubo di 51, che è 132651, e dico, che l'oro alla pietra in mole vguale è di peso, ò come 1000000, à 132651 in circa, cioè come $\frac{538}{1000}$. 100 à 13 $\frac{2651}{10000}$. Ma preso il cubo di 52, che è 140608 trouo, che è come 100 à 14 $\frac{608}{10000}$, onde, poiche il 52 è stato preso troppo grande, le grauità specifiche sono come 100, e 14.

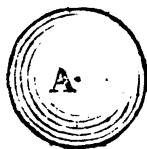
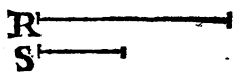
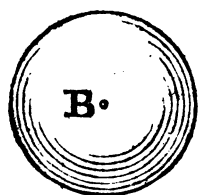
Secondariamente si può fare con più facilità, quando nello Stromento vi sia la linea cubica; poiche il primo modo proposto è buono, quando nello Stromento essendoui la linea metallica non v'è la cubica. Prendansi come prima gl'interualli della linea metallica, e si vegga nella linea cubica, à quali interualli s'addattino, & i numeri della linea cubica mostreranno i termini della Proportione reciproca, poiche mostrano la proportione delle grandezze. Così l'interuallo F F nella linea metallica corrispondente al ferro portato sù la linea cubica all'interuallo 13. 13, l'interuallo C C corrispondente alla calamita, cadendo nella linea cubica all'interuallo 21. 21, dimostra, che la mole della calamita alla mole del ferro è come 21 à 13, e perciò reciprocamente la grauità del ferro alla grauità della calamita è come 21 à 13.

La dimostratione è chiara: perche gl'interualli CC, & FF sono

nella

nella proportione di AC ad AF, per quello che s'è detto nel Capo 1; dunque eſſendo queſte, per la conſtruttione dello Stromento nella proportione ſubtriplicata delle grandezze, anche gl' interualli CC, FF ſono nella ſteſſa proportione ſubtriplicata; dunque queſte portate come interualli della linea cubica, ſono nella ſteſſa proportione, in cui ſono i lati cubici ſegnati nella ſteſſa linea cubica: dunque i ſolidi de gl'interualli CC, FF ſono nella proportione de' cubi de' lati cubici corriſpondenti; e così i numeri eſprimenti la proportione de' cubi, eſprimono anche quella delle grandezze de' ſolidi metallici, e per conſeguenza reciprocamente preſi anche la proportione delle grauità ſpecifiche.

Quindi è, che ſaputoſi il peſo d'vna palla di ferro, che porta vn cannone, ſi potrà facilmente ſapere, quante libre porti di palla di pietra; poiche trouata la proportione delle grauità ſpecifiche, come 3 à 1, ſe la palla di ferro è di libre 60, quella di pietra vguale è libre 20.

E quì ſi può auuertire la diuerſa forma, con cui ſi può in diſſegno eſprimere la proportione delle grauità di due corpi; perche ſe ſi vuol'eſprimere con sfere, ò con cubi, baſterà prendere gl'interualli della linea metallica, e ſopra quelli, come ſopra diametri, ò ſemidiametri deſcriuere le sfere, ò come ſopra lati deſcriuer i cubi, ò altri ſolidi ſimili, poiche reciprocamente preſi eſprimeranno la proportione delle grauità ſpecifiche. Così nella fig. 22, per eſprimere la proportione dell'oro al ferro, nella linea metallica all'interuallo dell'oro prendo qualunque ſemidiametro, e deſcriuo la sfera A; e ritenuta la ſteſſa apertura dello Stromento, prendo l'interuallo del ferro, e queſto mi ſerue di ſemidiametro per la sfera B; & in tal maniera la proportione della grauità dell'oro alla grauità del ferro, è quella della sfera B alla sfera A.

R
S

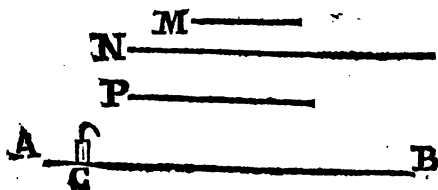
Ma se si vorrà con linee esprimere la stessa proportione, non basterà descriuere due linee, che siano gl'interualli dell'oro, e del ferro nella linea metallica; mà ò conuiene continuar la proportione di dette linee fin alla quarta proportionale, e come la proportione della prima alla quarta è la proportione della grandezza de' pesi vguali di oro, e di ferro; così la proportione della quarta alla prima è la proportione della grauità specifica dell'oro alla grauità del ferro; ò traportati questi interualli alla linea cubica; vedendo, che l'interuallo del ferro posto al 50. 50, l'interuallo dell'oro cade nel 21. 21, conuiene nella linea Aritmetica prendere due interualli nella proportione di 50 à 21, e siano le linee R, S, onde l'oro al ferro di mole vguale è in grauità, come R ad S.

QVESTIONE SECONDA.

Dato vn corpo, la cui grandezza, e grauità siano note, come si possa trouarne vn'altro d'altra materia, che in grauità habbia la proportione data.

Perche in questa questione si suppone nota la grauità, e la grandezza del corpo, però importa, che detto corpo sia regolare, essendo che si può oprare, come se si hauesse vna sfera di peso vguale, mentre non si cerca immediatamente la proportione, ne la similitudine della grandezza, ma de' pesi.

Sia per essempio vn pezzo di marmo di peso 40 libre, e si voglia hauer' vna palla, ò vn cubo di piombo vguale di peso al marmo. Conuien dunque trouar, ò il diametro d'vna sfera, ò il lato d'vn cubo di marmo vguale alla grauità del pezzo di marmo dato. Sia per essempio nella figura 23. conosciuto il lato d'vn cubo di marmo, che pesi due libre, e sia la linea M: questa nella linea cubica s'appli-

chi all' interuallo 2. 2, & all' interuallo 40. 40 s'haurà la linea N lato d'vn cubo di marmo di libre 40 vguale al pezzo dato. Si porti dunque la linea N nella linea metallica all' interuallo del marmo MM, e nella stessa linea metallica ritenuta l'apertura dello Stromento, l'interuallo del piombo PP, darà la linea P lato d'vn cubo di piombo di libre 40.

Ma se si cercasse vn cubo di piombo, ch'in vna stadiera equilibrasse vn' altro peso maggiore, è manifesto dalle ragioni statiche, che li pesi deuono hauere la proportione reciproca delle lunghezze de bracci della stadiera, pigliandoli dal punto, da cui ella stà sospesa; e perciò al peso dato conuien trouar vn'altro peso della stessa materia, che sia minore nella proportione de' bracci della stadiera; & hauuto il lato cubico, ò diametro sferico di tal peso minore applicato alla linea metallica, subito si trouerà il lato, ò il diametro del cubo, ò della sfera dell'altra materia, che si cerca. Così sia la stadiera AB sostenuta nel punto C, si che il braccio C B sia noue volte maggiore del braccio C A, e dall'estremità A debba sospendersi vn peso di 450 libre di stagno; dunque essendo B C à CA, come 9 à 1, il peso che in A è 450 libre, vien equilibrato in B da libre 50. Ora facciamo, che sia noto il diametro di vna palla di stagno di lib. 3, s'applichi tal diametro nella linea cubica all'interuallo 3. 3, e l'interuallo 50. 50 darà il diametro d'vna palla di stagno di lib. 50. Questo diametro trouato si porti nella linea metallica all'interuallo S S dello stagno, poiche l'interuallo P P del piombo darà il diametro d' vna palla di piombo di libre 50. che posta in B, equilibrerà le libre 450 di stagno poste in A.

Auuertasi in queste operationi riuscir assai commodo prender le sfere; perche quando fossero grandi assai, si può oprare col semidiametro più tosto, che col diametro, e s'hà l'apertura del Compasso per descriuer la sfera; ma se si prědesse la metà del lato cubico, conuerria pigliar il cubo otto volte minore del peso dato, e si trouerebbe il lato d'vn cubo otto volte minore del douere: onde finita l'operatione, saria di mestieri raddoppiar il lato trouato.

In ol-

In oltre si deue auuertire da chi non fosse tanto prattico della Geometria, che quando si tratta solamente d'esprimere la proportione, tanto è trouar li diametri delle sfere, quanto i lati de' cubi; perche le sfere essendo tra di se nella triplicata proportione de' loro diametri, hanno la proportione de' cubi degli stessi diametri; Ma se si trattasse d'esprimere le grandezze, non è l'istesso prender le sfere, & i cubi, come è manifesto; poiche la sfera circoscritta dal cilindro è à questo come 2 a 3, & il cilindro circoscritto dal cubo è nella proportione del circolo al quadrato del diametro, cioè come 11 a 14: onde ne viene, che questi tre corpi sfera, cilindro, e cubo, à quali serue l'istessa linea di diametro alli rotondi, e di lato al cubo, sono nella proportione di 22. 33. 42, e così il cubo alla sfera è come 21 à 11; dal che apparisce quanto enorme sbaglio faria chi in ciò operasse senza la douuta riflessione.

Dal che così di passaggio possiamo raccogliere, come si possa trasformar vn cubo in vna sfera, & al contrario. Perche se sarà dato il lato d'vn cubo, è manifesto, che di quali parti quel cubo è 21, la sfera che habbia diametro vguale sarà solo 11: pongasi dunque quel lato del cubo dato nella linea cubica, come se fosse diametro d'vna sfera all' interuallo 11. 11, e, preso l'interuallo 21. 21, questo sarà il diametro della sfera, la quale essendo alla sfera del primo diametro, come 21 à 11, vien ad esser vgual al cubo dato. per la 7 del lib. 5. E se la sfera s'haurà à cangiar in cubo, pongasi il diametro di detta sfera, come lato d'vn cubo all'interuallo 21. 21, e preso l'interuallo 11. 11, sarà lato d'vn cubo, che sarà al cubo del primo lato, come 11 à 21, e perciò vguale alla sfera del primo diametro preso, come lato di cubo.

Fatta poi questa trasformatione di sfera in cubo vguale della stessa materia, sarà facile, per quel che s'è detto con la linea metallica trouar la sfera, ò'l cubo vguale di peso, che sia d'altra materia.

L'istessa forma d'oprare si terrà nella trasformatione di sfera, ò cubo in cilindro, hauendo risguardo alla proportione delle

loro

loro grandezze; e seruendosi della linea cubica Geometrica, e poi della linea metallica per la diuersità della materia in ordine al peso. Così essendo data la sfera S d'argento, e si voglia vn cilindro d'oro vguale di peso, il cilindro quadrato CE, che hà per base il circolo massimo della sfera, e per altezza il diametro della stessa sfera, è sesquialtero alla sfera: dunque trouandosi con la linea Geometrica il diametro d'vn circolo subsesquialtero, e sia CF, il cilindro CG d'altezza vguale al diametro della sfera sarà vguale alla stessa sfera, poiche anch'egli è subsesquialtero del cilindro CE, hauendo la proportione delle basi, per la 11 del lib. 12. Dunque il cilindro CG d'argento è vguale alla sfera S d'argento. O volendosi vn cilindro quadrato, che sia vguale al cilindro CG, e per conseguenza alla sfera data S, tra il diametro della base CF, e l'altezza FG si troui la seconda delle quattro continuatamente proportionali, per la Quest. 1. del Cap. 4. col mezzo della linea cubica, e sia CO, diametro della base del cilindro, à cui essendo vguale l'altezza OL, sarà il cilindro CL quadrato vguale al cilindro CG, cioè alla sfera; essendo che le basi, e l'altezze di questi due cilindri sono reciproche, come s'è dimostrato nella Quest. 6. del Cap. 4. perche per la costruttione il circolo del diametro CF

al circolo del diametro CO è come la prima alla terza proportionale, tra le quali la linea CO è la seconda. Or essendo come la prima alla terza, così la seconda alla quarta, cioè CO, ouero OL

vguale altezza, all'altezza FG, si rende manifesto, che si reciprocano le basi e l'altezze. Traportato dunque CO nella linea metallica all'interuallo AA dell'argento, prendasi l'interuallo OO dell'oro, e sia la linea IM diametro della base, & MK altezza vguale; onde il cilindro d'oro IK essendo simile al cilindro CL d'argento, & essendo per la costruttione dello stromento nella proportione reciproca delle grauità specifiche, saranno detti i due cilindri equiponderanti, e perciò il cilindro d'oro IK sarà di peso vguale alla sfera S d'argento.

QVESTIONE TERZA.

Come si possa trouare la grandezza di qualsiuoglia peso, conoscendone vn'altro d'altra materia.

DAlle cose dette sin'ora è manifesto, che sapendosi la grandezza d'vn peso in materia determinata di quelle, che sono nella linea metallica subito si troua la grãdezza del corpo d'vgual peso in figura simile, e di materia diuersa. Poscia con la linea cubica si troua la grandezza del peso, che si cerca. Per cagione d'essempio si cerca di far vn vaso di capacità cubica in modo, che capisca libre 3200 d'argento viuo: & è noto il diametro d'vna palla di ferro di 3 libre. Perche si cerca il lato cubico del vaso, si riduca la grandezza della palla ad vn cubo vguale, trouando il lato del cubo di ferro di 3 libre, come s'è detto nella Quest. precedente: e questo lato cubico nella linea metallica s'applichi all'interuallo del ferro FF, perche l'interuallo del mercurio MM darà il lato di vn cubo d'argento viuo di 3 libre. Questo lato trouato s'applichi nella linea cubica all'interuallo 3.3, e l'interuallo 50.50 darà il lato d'vn cubo di 50 libre d'argẽto viuo. Dunque questo lato quadruplicato darà il lato d'vn cubo 64 volte maggiore del cubo di libre 50, cioè del cubo di lib. 3200 d'argẽto viuo, come si cercaua.

Quando il numero, che denomina il peso è grande assai, per trouar presto vn lato, che con replicarlo alcune volte dia il lato, che si cer-

si cerca, prendasi vn numero cubo, che lo misuri per vn'altro numero minore del 50 (posto che la linea cubica dello stromẽto non ecceda li 50) ò di qualsiuoglia altro, che sia il massimo de' numeri notati nella linea cubica. Così per trouar'il diametro d'vna sfera di marmo, che pesi libre 4000, se prendessi il cubo di 4, cioè 64 verrebbe il quotiente 62½ maggiore del 50, che è il massimo delli notati nella linea cubica; perciò preso il cubo di 5, cioè 125, e per 125 diuiso il 4000, viene il quotiente 32. Et in tal maniera operando, come prima, cioè trouato il diametro della sfera di marmo di lib. 3 vguale alla sfera di ferro conosciuta, & applicato nella linea cubica tal diametro all' interuallo 3. 3, prendasi l'interuallo 32. 32; e perche il 4000 fù diuiso per il cubo di 5, per questo quell'interuallo 32. 32 deue replicarsi cinque volte, e quello sarà il diametro d'vna palla di marmo di 4000 libre.

CAPO VI.

In qual maniera s'habbiano à notare nello Stromento li Gradi del Circolo: & vso di tal linea.

PEr la necessità, che s'hà molte volte di dissegnar'alcune piãte di campi, e cose simili, ò per l'vso della Gnomonica, conuien fare angoli di misure determinate in gradi, i quali sono quelle 360 parti, in cui s'intende diuisa la circonferenza di ciascun circolo, come è noto. A questo fine molti hanno descritta vna quarta parte di cerchio diuisa ne' suoi gradi. e dalla circonferenza vltima tirate per ciascun grado linee rette al centro, vengono à diuidere similmente altri archi più piccioli descritti dal medesimo centro, per potersi seruire ora di questo, ora di quell'arco di maggior, ò minor distanza dal centro, conforme al bisogno occorrẽte. Ma di quanta imperfettione ciò sia, è manifesto, per la confusione, che saria, se fossero molti gli archi descritti l'vno vicino all'altro, e per la difficoltà, che tutte le linee siano giustissimamente tirate; ol-

tre che coll'auuicinarsi trà di loro, quanto più s'accostano al centro, vengon'à far confusione, e spesso non salvano l'vguaglianza della diuisione. Perciò si sfuggono tutti questi inconuenienti nello Stromento di Proportione, il quale serue per diuider tutti li circoli possibili, li cui semidiametri puonno capire tra la minima, e la massima dilatatione dello stromento nel luogo, doue s'applica il semidiametro, come si dirà.

Tirandosi dunque nello stromento vna linea retta, è certo, che questa non và diuisa in parti vguali, come vna linea circolare è diuisa in parti vguali, che si chiamano Gradi; poiche in tal linea retta dello stromento si segnano non gl'archi, ma le corde sottendenti à gl'archi, e con esse s'opera nel modo, che si spiegarà à basso. E che tali corde degl'archi, che crescono vgualmente in numero di gradi, non crescono anch'esse vgualmente, è manifesto dalla dottrina de' Seni, che quì si suppone. Onde grauemente errarebbe l'Artefice, che vna tal linea tirata nello stromento per vn quadrante di cerchio, volesse diuider' in 90 parti vguali; perche così facendo, questa linea non saria punto differente dalla linea Aritmetica, di cui s'è parlato nel Capo 2. E così essendoci offerto vno Stromento di Proportione, se applicati due compassi à due numeri nella linea Aritmetica, quelle due distanze vengono ad applicarsi à due numeri simili nella linea de' gradi, ò del quadrante del cerchio, sarà segno euidente non essersi fatta tal linea dall'Artefice secondo le regole debite, e lo stromento è inutile.

Ora douendosi notare nello stromento le corde de gl'archi, si puonno notare ò quelle di tutto vn semicircolo, ò sol quelle d'vn quadrante; e torna più à conto notar sol queste del quadrante, perche in tal modo riescono le diuisioni della linea più distinte, e notabili, e per altro queste bastano per qualsiuoglia arco anche maggiore. Se pur non fosse così luogo lo stromento, che riuscisse commodo il notarui tutto vn semicircolo. Perciò quì parleremo solo della diuisione per il quadrãte, perche da ciò sarà manifesto, quanto s'habbia à fare volendosi fare per il semicircolo.

Per

Per tanto voltato lo stromento dall'altra faccia opposta alla segnata già per linee rette senza relatione al circolo, si tirino dal centro nell'vno, e nell'altro braccio due linee rette vguali, ciascuna delle quali si suppone esser corda dell'arco di 90 gradi. Conuien dũque trouare, qual sia il semidiametro d'vn circolo, la di cui quarta parte habbia per corda la linea data. Il che si fà in tal maniera. Suppongasi, che la linea retta tirata nello stromento sia la AB nella fig. 25. corda dell'arco di gradi 90. e cerchisi il semidiametro, cioè la corda di gr. 60. Diuidasi vgualmẽte la AB in C, e si alzi la perpendicolare CD vguale alla CB, e per il punto D si tiri la retta BD, à cui prendasi vguale BE, & il punto E è il termine della corda di gr. 60 nel cerchio, di cui la AB è corda di gr. 90.

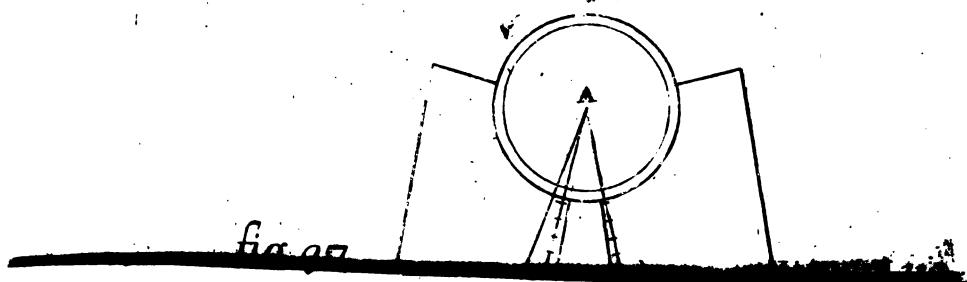
Perche se si tira la retta DA, li due triangoli ACD, BCD hanno per la costruttione vguali i lati CA, CB, e la CD è commune, e gl'angoli al punto C sono fatti vguali dalla perpendicolare CD, dunque, per la 4 del lib. 1, le basi DB, DA sono vguali, e gl'angoli vguali. E perche per la costruttione ambidue sono isosceli, essendo le tre linee AC, CD, CB vguali, gl'angoli CDB, CDA sono semiretti, per la 5, e 32 del lib. 1, e così tutto l'angolo ADB è retto: Onde essendo simili li triangoli BCD, BDA, come CB semidiametro à BD corda di gr. 90, così anche BD semidiametro, cioè BE, à BA corda di gradi 90. E per prouare se habbi operato giustamente, prolonghisi la BD in F, tanto che BF sia vguale alla BA, e fatto cẽtro in E all'interuallo EB, si descriua l'arco BF, e se passerà precisamente per il punto F, sarà segno, che s'oprò giustamente: Perche dal centro C descritto il quadrante BD, sono due circoli, che si toccano interiormente nel punto B, e così la retta BDF tagliãdo dell'vno, e dell'altro archi simili (come si può facilmente raccogliere dalla 20, ò anche dalla 32 del lib. 3) fà che tanto l'arco BF, quanto

to l'arco BD siano di gr. 90. Similmente si prouerà con alzare dal punto E vna perpendicolare, e perciò parallela alla CD, la quale cadendo nel punto F, sarà indicio, che s'oprò giustamente. Perche essendo simili li triāgoli BCD, BEF, come BD à BC, così BF, cioè BA à BE, per la 4 del lib. 6. Ne sono inutili queste proue, perche conuien'operare con essattezza nel formare lo stromento.

Sia dunque nelle fig. 26 sopra vna lastra piena di rame, ò altra materia piana consistente, la linea RS longhezza della linea, che può tirarsi nel lato dello stromento, e conforme al modo detto sia RC la corda di gr. 60. Perciò all'interuallo CR fatto centro in C, si descriua vn'arco, & applicata l'apertura del Compasso dal punto R, si taglia l'arco nel punto 60. Quest'arco R 60 diuiso per metà, per la 30 del lib. 3, darà il punto 30, onde la distanza di R 30 replicata dal punto 60, darà 60. 90, e così R 90 sarà il quadrante del cerchio, e si sarà oprato giustamente, l'apertura R 90 comprēderà precisamente la linea RS. Così le solite subdiuisioni daranno tutti li 90 gradi del quadrante, quali conuien notare con grandissima essatezza, quanto sarà possibile; poiche diuiso R 30 per metà darà R 15; e diuiso R 30 in tre parti vguali, darà R 10; le quali parti R 10, & R 15 replicate, darāno la diuisione di tutte le decime per metà. Sì che sol resta diuidere R 5 in cinque gradi vguali: il che forsi non riuscirebbe così aggiustato, se si tentasse immediatamente replicando cinque volte la piccola apertura del Compasso; perciò prendo vn'interuallo maggiore, e lo diuido con ogni diligenza in cinque parti vguali, e sia R 45, poiche la sua quinta parte RI contiene 9 gradi; e così quest'apertura replicata, caderà in O, E, V, cioè ne' gradi 18, 27, 36, e così di mano in mano. Applicata poi questa stessa apertura alli punti già notati, e replicata conuenientemente, verranno ad esser segnati tutti li gradi.

Che se più tosto volessimo prendere vn'interuallo minore, e replicarlo più spesso (il che forsi non riuscirà tanto accurato, poiche quanto più si replica il Compasso, la punta tanto più spatio rubba) si può diuidere R 30 in cinque parti vguali, ciascuna delle quali con-

ente vn'arco
che l'ango-
doue la data
della deter-
minata quantità, si trouerà il punto, per il quale dal centro tirata
vna linea farà l'angolo cercato.

Deb.

mente, verr

Che se p

plicarlo più

quanto più

si può diuidere R 30 in cinque parti vguali, ciascuna delle quali

con-

contiene li gradi, e replicato quell'interuallo conuenientemente al modo detto, cominciando or da vno, or da vn'altro de' punti già segnati, verranno ad esser notati tutti li gradi.

Fatta questa diuisione del quadrante ne' suoi gradi, si prendano dal pũto R gl'interualli à ciascun grado, e si notino nella linea RS, e queste sono le corde di ciascuno di quegl'archi, che deuono notarsi nello stromento: e perciò tali diuisioni deuono trasferirsi nelle linee AC, AQ dello stromento, nella fig. 27. Se bene io conségliarei più tosto prendere nell'arco R 90 immediatamente le corde di ciascun'arco, e trasportarle sù lo stromento; poiche così pare l'operatione sia per riuscire più essatta.

Da questa costruttione, e dalle ragioni di sopra più volte addotte, si rende manifesto, che essendo li lati AC, AQ diuisi nella proportione di tutte le corde de gl'archi del quadrante, il cui semidiametro è A 60, data qualsiuoglia apertura dello stromento, l'interuallo 60. 60 sarà la quantità del semidiametro del circolo, e tutti gl'altri interualli daranno le corde de gl'archi corrispondenti di detto circolo.

QVESTIONE PRIMA.

Come si possa descriuer vn'angolo di quantità determinata.

GIà si sà, che la quantità de gl'angoli si denomina dalla moltitudine de' gradi del circolo, che habbia il centro nel punto, doue s'vniscono le due linee, che fanno l'angolo; e la quantità de' gradi della circonferenza compresa tra dette due linee denomina l'angolo di tanti, ò tanti gradi. Onde ne viene, che douendosi descriuer vn'angolo, dall'estremo d'vna linea data, come da centro à qualunque interuallo, si descriue occultamente vn'arco minore della semicirconferenza, più, ò meno, secondo che l'angolo deu'esser maggior, ò minore; poiche dal punto, doue la data linea taglia la detta circonferenza, prendendosi l'arco della determinata quantità, si trouerà il punto, per il quale dal centro tirata vna linea farà l'angolo cercato.

Deb-

Debbasi per cagione d'essempio descriuere l'Angolo del centro d'vna Fortezza regolare di cinque baloardi; il qual'è di gr. 72. Sia nella fig. 28, la linea CL, che partendo dal centro della fortezza, sia insieme semidiametro del circolo, in cui si descriue il Poligono interiore. Dal punto C, come centro all'interuallo CL si descriua l'arco LM; Poscia nello Stromento s'applichi la linea CL

all'interuallo de' gradi 60.60: & in quella apertura dello Stromento prendasi l'interuallo 72.72; e questo applicato all'arco descritto, sarà LN. Dunque dal punto C al punto N tirata la CN farà LCN l'angolo del centro d'vn Pentagono regolare, cioè di gradi 72.

Ma se si volesse descriuere l'angolo del medesimo Pentagono senza sapersi il centro della figura, per descriuerui vn baloardo, basterà leuare l'angolo del centro, che è gr. 72 da due Retti, cioè da 180, e restano gr. 108. Sia dunque la linea BA, nella fig. 29; & il punto A, doue deu'esser l'angolo, sia centro dell'arco BO (preso l'interuallo AB, ò tutto, come in questa figura, ò sol parte d'vna linea maggiore, se AB fosse assai più lunga) da cui si deuono prendere gr. 108. Nello Stromento s'applica AB all'interuallo de' gr. 60.60; e perche non vi son notati se non i gradi del quadrante; e questo angolo è assai maggiore, perciò con la stessa apertura

tura del Compasso prendo primieramente AB, che è gradi 60; e perche il residuo fin'alli 108, sono gradi 48, prendo l'interuallo 48.48, e lo trasferisco in CD, onde viē ad essere l'arco BD gr. 108.

e tira-

è tirata la linea AD darà l'angolo del pentagono BAD.

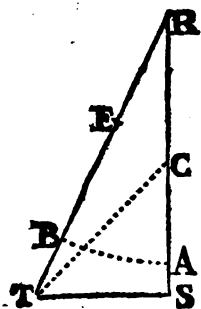
Ora se sopra l'angolo BAD del pentagono volessimo descriuer il baloardo col suo angolo proportionato, primieramente si diuide l'angolo BAD per metà, onde essendo BD gr. 108, prendasi nello Stromento l'interuallo 54.54, e sarà BE: e così applicata la riga alli punti AE, si tiri la Capitale LA, che prolongata taglia per mezzo l'angolo del poligono, e giungerebbe fin al centro. Suppongasi che in L debba esser la punta del baloardo. E perche alla forma assai commune, e pratticata si fà l'angolo del baloardo, che sia due terzi dell'angolo del poligono, essendo questo gr. 108, quello sarà gr. 72, & il semiangolo del baloardo gr. 36. Fatto dunque cētro in L a qualunque interuallo, per essempio LM, si descriua vn arco di quà, e di là; & applicata nello Stromento la linea LM all'interuallo 60. 60, prendasi l'interuallo 36. 36, & applicato nell'arco descritto, dal punto M si prenda vguale MN; & MO: e tirate le linee LN, LO, sarà l'angolo del baloardo NLO di gr. 72, come si richiedeua.

Che se occorresse descriuer vn angolo, che oltre li gradi hauesse anco li minuti, conuien auuertire, se la figura da descriuersi è grande, ò pur piccola; perche nelle piccole vna cotal differenza di minuti non è notabile: onde se li minuti sono assai meno di 30, si puonno lasciare, se passano notabilmente li 30, si puonno prendere per vn grado di più; così in vece di gr. 10. m. 12. basta prendere nello Stromento l'interuallo 10. 10: & in vece di gr. 10. m. 49. si può prendere nello Stromento l'interuallo 11. 11. Che se li minuti aggiōti alli gradi s'auuicinano più, ò meno alli 30, si puonno pigliare nello Stromento li due numeri vicini, cioè il minore in vn braccio, & il maggiore nell'altro braccio dello Stromento; così per gr. 10. m. 28, ouero per gr. 10. m. 36. si può prendere nello Stromento l'interuallo 10. 11, & sarà prossimamente ciò che si desidera. Ma se la figura fosse notabilmente grande, in tal caso conuerrà descriuer vn arco con vna grand'apertura di Compasso, siche il semidiametro sia grande da applicarsi all'interteruallo 60.

60. dipoi si prenda nell'arco descritto il numero de' gradi intieri, e poi il numero d'vn grado di più, e quella differenza à occhio si può diuidere secōdo il numero de' minuti aggionti; così per l'angolo di gr. 10. m. 12. prendo prima l'interuallo 10.10, e poi l'interuallo 11. 11. e segnati nell'arco descritto, piglio à occhio la quinta parte della differenza tra questi due segni, che corrisponde alli minuti 12; e tirata la linea darà l'angolo desiderato.

QVESTIONE SECONDA.

Come si conosca la grandezza, e quantità d'vn angolo dato.

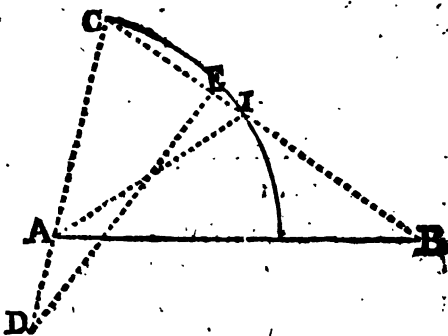
DA ciò, che s'è detto nella precedente Questione è cosa facilissima, se sarà dato vn angolo, conoscere determinatamente in gradi, quanta sia la sua grandezza, fatto centro nel punto, oue le due linee si toccano, & a qualunque interuallo descritto vn arco, che tagli amendue quelle linee, perche applicata la larghezza del Compasso, alla cui apertura si descrisse l'arco alli punti 60. 60, dello Sromento poscia co'l Compasso presa la grandezza dell'arco descritto compreso tra le due linee date, s'applichi allo Stromento, & apparirà di quanti gradi sia l'angolo dato. Così nella fig. 30. le due linee RS, RT fanno l'angolo SRT, la cui quantità si desidera conoscere. Dal punto R all'interuallo RA descriuo l'arco A B occulto (ouero per più facilità segno le due linee ne' punti A e B senza descriuere l'arco) e l'apertura del Compasso RA applico all'interuallo 60. 60 nello Stromento. Dipoi prendo col Compasso la distanza AB, & applicata allo Stromento ritenuto nella stessa apertura, trouo, che casca all'interuallo 25⅓.25⅓, e così dico l'angolo SRT essere di gr. 25. m. 20.

Similmente se sarà tirata la linea TS, e fatto il triangolo, conoscerò, quanto sia l'angolo S, se alla lunghezza ST prenderò vguale

le SC: & applicata questa longhezza ST alli punti 60.60 dello Stromento, prenderò col Compasso la distanza TC, e ritenuta la stessa apertura dello Stromento, trouando, che la distanza TC s'applica giustamente nello Stromento all'interuallo 90.90, dico che l'angolo S è retto, e perciò l'angolo T è il complemento dell'angolo R, e per conseguenza è di gr. 64. m. 40.

Di qui è manifesto il modo di cauare dall'ombra d'vn corpo, la cui altezza è conosciuta, quãta sia l'altezza del sole sopra l'orizonte. Sia dunque l'altezza perpendicolare d'vn bastone piedi 6, e misurando la longhezza dell'ombra, trouo che è piedi 2. oncie 10½. Si che queste due misure sono oncie 72, & oncie 34½. Dunque allargato lo Stromento à mio piacere, prendo nella linea Aritmetica l'interuallo 72.72, & in vn piano descriuo a tal'interuallo vguale la linea RS: e poi preso l'interuallo 34½. 34½, gli descriuo vguale la linea ST, che cade perpendicolarmente in S. Quindi tirata la linea RT mostrarà il raggio del sole, come RS rappresenta l'altezza del bastone, & ST la longhezza dell'ombra. Cerco dunque nel modo detto di sopra la quantità dell'angolo T, e questa è l'altezza del sole sopra l'orizonte.

Di questo modo potranno seruirsi i Pittori, per non far l'ombre de' corpi, ò troppo corte, ò troppo lunghe, quando la cosa dipinta rappresenta vn fatto oprato in ora determinata del giorno in vn luogo determinato; perche per essempio se si dourà dipinger il Miracolo di S. Pietro, quando risanò lo storpiato alla Porta speciosa del Tempio di Gierusalemme, bisogna auuertire di non far l'ombre delle fabriche in modo, che nõ corrispondano con le altezze, all'ora nona, cioè tre ore doppo mezzo di (parlando dell'ore disuguali) circa il fine di Maggio in Gierusalemme. Che se bene non è necessaria in ciò vna certa precisione Mattematica per l'vso de' Pittori, ad ogni modo si può errare assai in ciò, e mostrare d'hauer fatto l'ombre, & il sito del sole à caso.

Ma se l'angolo dato fosse così grande, che descritto l'arco, si potesse nello Stromento trouare la sua quantità, si potrà prender

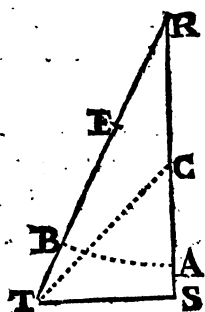
in due volte: Come nella fig. 29. l'angolo BAD è tale, che aperto lo Stromento all' interuallo AB applicato alli punti 60 60, la distanza BD non capisce nello Stromento, perciò preso ad arbitrio vn'interuallo, per essempio 80. 80, & applicato all'arco descritto BD, saranno BI gr. 80; il resto dell' arco ID applico allo Stromẽto, e cade nell'interuallo 28. 28; onde alli gr. 80. aggionti gr. 28, tutto l'arco BD, e per conseguenza la quantità dell'angolo dato BAD, è gr. 108.

QUESTIONE TERZA.

Come con lo Stromento si possa pratticare tutta la Trigonometria senza Tauole.

SE bene di questo si parlò qualche cosa nel Cap. 2. Quest. 6, ad ogni modo sarà meglio più vniuersalmente spiegare quì l'vso dello Stromento nella solutione prattica de' triangoli, e seruirà per quelli che non si curano di tanta precisione, quanta oprãdo co' numeri si troua conforme alle regole della Trigonometria.

E qui suppongo ciò che è noto, che delle sei parti, cioè di tre lati, e tre angoli, che sono in vn triangolo, conuien saperne tre, per conoscere l'altre tre. Se sono dati tutti tre gl'angoli, non si può conoscere, quanta sia la longhezza de' lati, ma solo la proportione, che li lati hanno tra di loro, essendoche li triangoli equiangoli, e simili tra di loro, hanno ben sì i lati proportionali, ma non vguali. Onde se saranno dati tre angoli d'vn triangolo, facciasi qualunque triangolo con detti tre angoli, e nella linea Aritmetica applicato vno de' lati all'interuallo, che più piacerà, si troueranno

gl'al-

gl'altri, e sarà manifesta la lor proportione. Siano li tre angoli dati gr. 25, m. 20, gr. 19. m. 40, gr. 135. Sopra la linea RT, fig. 30. faccio l'angolo TRC gr. 25. m. 20, e l'angolo RTC di gr. 19. m. 40, e così riesce il terzo angolo TCR gr. 135. Ora applico la linea RT nella linea Aritmetica all'interuallo 80. 80, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, veggo che il lato RC cade all'interuallo $38\frac{1}{2}$. $38\frac{1}{2}$, & il lato CT cade all'interuallo 48.48, dal che cauo la proportione de' tre lati essere 160, 76, 96.

Ma se saranno dati li tre lati d'vn triangolo, si troueranno li tre angoli, prendendo nella linea Aritmetica tre interualli nella proportione de' lati dati; e formatone vn triangolo, si cerchi la quantità di due angoli nel modo detto nella Questione precedente, perche il terzo angolo sarà noto, essendo il complemento sin a' gradi 180. Così nella stessa fig. 30, date le distanze di tre luoghi di passi 160. 76. 96, prendo nella linea Aritmetica gl'interualli della metà di detti num. cioè 80. 38. 48. e formato il triang. TCR, cerco come sopra s'è detto gl'angoli R, & T, e così si fà noto anche il terzo angolo.

Quando li dati sono misti d'angoli, e lati, ò sono due angoli, & vn lato, ò due lati, & vn angolo: e questo in due maniere, poiche è il lato adiacente alli due angoli dati, ouero opposto ad vn di loro; e similmente ò è l'angolo compreso dalli due lati dati, ouero opposto ad vno di detti lati.

Sia dato vn lato, e gl'angoli adiacenti. Nella fig. 31. sia AB parte della riua d'vn fiume, conosciuta in misura di piedi 90; e si desideri sapere la distanza AC, che trauersa il fiume. Sia osseruato in A l'angolo CAB, di gradi 78, & in B l'angolo ABC di gr. 35; descriuo nell'estremità della linea AB li due angoli cōforme alle sopradette misure osseruate, cioè ABC gr. 35, e BAC gr. 78; onde le linee BC, AC si rincontrano in C. Applicata dunque la linea AB sù la linea Aritmetica alli punti 90. 90, trouo, che AC cade nell' inter-

uallo

uallo 56. 56, dal che conchiudo, che la distanza dal punto A al punto C, che trauersa il fiume è di piedi 56: e così la distanza BC è di piedi 95½.

Ma se fosse dato il lato AB con l'angolo B adiacente, e l'angolo C opposto, sarà anche noto il terzo angolo A, che è complemento alli due retti; e così si descriuerà la figura, come se fosse dato il lato con li due angoli B, & A adiacenti, e s'operarà, come poco fà si douea.

Ora sian dati due lati con l'angolo compreso: descriuasi l'angolo dato, come s'è detto nella prima Questione, e si prenda la lunghezza de' lati proportionata a i lati dati; poi le estremità de' lati si congiungano, e s'haurà il triangolo, in cui si conosceranno l'altre parti, come sopra. Sia nella fig. 30. dato l'angolo compreso dalli lati dati di gr. 25. 20. & il lato RT sia passi 92, & RS passi 83; & appunto con tal proportione siano le linee RT, RS: tiro la linea TS; & applicata RT nella linea Aritmetica all'interuallo 92. 92. trouo che TS cadendo nell'interuallo 40. 40, mostra che la distanza di S da T è di passi 40. Così cercando nel modo spiegato nella 2. Quest. si trouerà l'angolo S retto, e l'altro resta noto, per esser il complemento delli due conosciuti sin' à gr. 180.

Siano finalmente dati due lati, & vn angolo opposto ad vno di loro. In questo caso cunuien osseruare se l'angolo dato è opposto al lato maggiore, ò pur al minore de' dati; perche se è opposto al lato maggiore, non v'è bisogno d'altra precognitione; ma se fosse opposto al lato minore, allhora può darsi caso, in cui sia necessario sapere la specie dell'angolo opposto al lato maggiore, cioè se sia ottuso, ò pur acuto. Il che si vedrà chiaramente dalla

prat-

prattica, che qui soggiongerò. Sia dato vn'angolo di gr. 67. opposto ad vn lato di piedi 90, & adiacente ad vn lato di piedi 56. Tiro la linea CA di piedi 56, nella fig. 31, e faccio l'angolo C di gr. 67. tirando la CB indefinita. Poi nella linea Aritmetica posto il lato CA all'interuallo 56. 56, prendo l'interuallo 90. 90, e dal punto A, come da centro descriuo con quell'apertura di Compasso vn arco, che taglia l'indefinita CB nel pũto B, e così tirata la retta AB, sarà l'altro lato de' dati opposto all'angolo dato: onde sarà costituito tutto il triãgolo ABC, e nel modo detto si conosceranno l'altre parti incognite. Ora perche la linea AB è maggiore, che AC, è manifesto che l'arco occulto descritto non taglia l'indefinita CB, se non nel punto B da questa parte opposta all'angolo dato: e così il lato dato non può hauer altra positura che AB.

Ma se dato l'istesso angolo C gr. 67. il lato adiacente fosse 70 piedi, cioè CD, & il lato opposto fosse piedi 65, applicata CD nella linea Aritmetica all'interuallo 70. 70, e presa la distanza 65. 65, descritto dal centro D vn arco che tocchi l'indefinita CB nel punto E, tirata la linea DE, è manifesto, che l'angolo DEC è retto, ne altra può essere la positione del lato opposto di piedi 65.

Che se finalmente dati gl'istessi lati di piedi 90, e piedi 56 sia dato l'angolo B di gr. 35. opposto al lato minore, presa AC di tali parti 56, delle quali AB è 90, e dal punto A descritto vn arco, si vede, che taglia l'indefinita BC in due punti C & I; e così non sappiamo se dobbiamo più tosto seruirci della AC, ò pure della AI, se non si sà, se l'angolo opposto al lato maggiore dato AB, sia acuto, come ACB, ò pur ottuso, come AIB.

QVESTIONE QVARTA.

Trouar in numeri la proportione di due rette con l'aiuto delle Tauole de' Seni.

CON tutto, che nell'vso della linea Aritmetica dello Stromento si sia mostrato, come possa trouarsi la proportione di due

due linee date, ad ogni modo chi desiderasse auuicinarsi anche più alla precisione, & esprimerla con numeri maggiori, potria seruirsi di questa linea de' gradi, doue sono notate le corde de gl'archi del Quadrante: le quali corde sono il doppio del seno della metà dell'arco: così la metà della corda di gradi 74, è il seno di gradi 37.

Date dunque due linee, la maggiore s'applichi in questa linea de' gradi all'interuallo 60. 60, e s'intenderà diuisa in tante particelle, di quante è il raggio delle Tauole de' Seni, poi la linea minore delle date si vegga a qual interuallo precisamente cade nella stessa linea de' gradi dello Stromento, e prendasi la metà di detti gradi, il cui seno trouato nelle tauole si raddoppia, e si hà il numero corrispondente alle particelle contenute nella linea minore data: Come se delle due linee RT, RS nella fig. 30. io cerco la proportione, applico la maggiore RT nella linea de' gradi all'interuallo 60. 60; poi veggendo, che la minore RS cade nell'interuallo di gr. 53½, cerco nelle tauole il seno di gr. 26. m. 45. (che è la metà di detti gr. 53½) e raddoppiato il numero di questo seno trouato, haurò il numero delle particelle corrispondenti alla linea RS, dando alla RT il numero del raggio delle tauole.

Che se le due linee date non fossero con notabil eccesso differenti, potria la minore applicarsi all'interuallo 60. 60, e poi vedere doue capisca la maggiore, e cercare come prima il seno della metà de' gradi, e raddoppiarlo; e queste sarrano le particelle della linea maggiore, posta la minore col numero del raggio.

Ma se dato il numero del raggio alla minore, la linea maggiore fosse così grande, che eccedesse l'interuallo 90. 90. (come nella stessa fig. 30 applicata TS all'interuallo 60. 60. e cercandosi il numero delle particelle di TR) prendasi l'interuallo 90. 90; e leuisi dalla linea maggiore, quante volte si può, e quante volte s'è preso, tante volte si pigli il doppio del seno di gr. 45, e sia TE vna volta il doppio del seno di gr. 45. Dipoi il restante della linea, cioè ER s'applichi nello Stromento alla linea de' gradi, e cadendo

do nell'interuallo 54 54. prendasi al seno di gr. 27. e si raddoppij, e questo s'aggiunga al doppio del seno di gr. 45 già preso, e così s'haurà il numero delle particelle della linea TR corrispondenti alle parti del raggio assegnate alla linea minore TS.

QVESTIONE QVINTA.

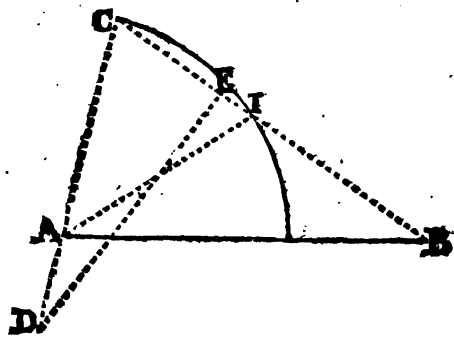
Trouar in piccoli numeri i seni de' gradi del quadrante.

ALcuna volta conuien operare senza hauer le tauole de' Seni, e pur si vuole risoluer il triangolo non così mecanicamente, come s'è detto nella Quest. 3. di questo Capo; & in tal caso potiamo seruirci dello Stromento per trouar i Seni de gl'angoli. E perche nello Stromento sono segnate le corde de gl'archi, già si vede, che volendo il seno d'vn angolo, conuien prendere la corda d'vn arco doppio; così per trouar il seno dell'angolo di gr. 37. si deue prendere la corda dell'arco di gr. 74.

Primieramente dunque allargato ad arbitrio lo Stromento, con vn Compasso prendo l'interuallo 60. 60 nella linea de' gradi, e questo è il raggio. Poi ritenuta la stessa apertura dello Stromento, con vn'altro Compasso prendo l'interuallo dell'arco doppio dell'angolo, il cui seno si desidera, e volendosi il seno di gr. 37, prendo l'interuallo 74. 74. Fatto questo, ritenuta l'apertura de' due Compassi, applico nella linea Aritmetica l'apertura del Compasso, che dà il raggio alli punti 50. 50 (intendendosi ciascuno diuiso in due, onde è come se il raggio fosse 100) e l'altro Compasso con la sua apertura applico nella stessa linea Aritmetica, e cade nelli punti 60. 60; il che mostra, che la corda di gr. 74 è di parti 120 di quelle, delle quali il raggio è 100; e per conseguenza il seno di gr. 37. è particelle 60. L'istessa forma si tiene per trouare qualsiuoglia altro seno.

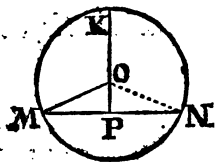
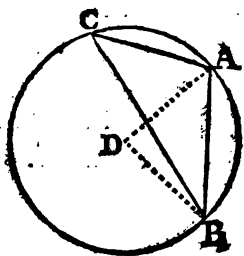
Quì però conuien'osseruare, che essendo nello Stromento fatta la diuisione delle corde solo per il quadrante, non si potrà trouar' il seno, se non di gr. 45. nel modo detto; doue che se nello

Stromento fossero le corde per tutto il semicircolo, come si può fare nelli Stromenti, che sono assai lunghi, con questo metodo si trouerebbono li seni di tutti i gradi del quadrante. Ma non hauendosi se non le corde del quadrante nello Stromento, in occasione, che il doppio dell'angolo, il cui seno si cerca, eccedesse li gr. 90, cerchisi il seno del complemento dell'angolo dato, e questo moltiplicato in se stesso, si caui dal 10000 quadrato del raggio; poiche il restante è il quadrato del seno, che si cerca. Per essempio, desidero il seno di gr. 50: quest'arco raddoppiato è gr. 100, i quali non sono nello Stromento. Cerco dunque nel modo detto di sopra il seno del complemento, cioè di gr. 40, prendendo la corda di gr. 80. la quale trouo di particelle 129; onde il seno di gr. 40 è 64½: il cui quadrato 4160, leuato dal 10000 quadrato del raggio 100, lascia 5840, la cui radice quadrata 76 è il seno cercato di gr. 50. le quali cose son manifeste, per la dottrina de' seni, essendo che il quadrato del raggio è vguale alli quadrati de' seni di due angoli, che insieme fanno gr. 90.

Aggiongasi quì, che molte volte potrà oprarsi con la corda dell'arco doppio così bene, come col seno dell'angolo dato, poiche hanno tra di loro la stessa proportione le parti, & i moltiplicine. meno sarà necessario prendere il raggio, ma basterà nella linea de' gradi prendere le corde de gl'archi doppij, e poi trasferitele à gl'interualli della linea Aritmetica, si conoscerà la loro proportione, e s'operarà, come se s'hauessero li seni de gl'angoli. Sia per essempio nella fig. 31. il triangolo AIB, di cui sono dati gl'angoli IAB gr. 32, IBA gr. 35; & il lato AI piedi 56: cerchisi

la quantità del lato IB. Ora perche i lati, & i seni de gl'angoli opposti sono proportionali, e le corde de gl'archi doppij sono proportionali alli seni delle loro metà, anche i lati del triãgolo, e le corde de gl'archi doppij de gl'angoli dati, sono tra di loro proportionali. Prendo dunque nella linea de' gradi le corde de gl'archi 76, e 64, e traportata nella linea Aritmetica la corda di gr. 70 all'interuallo 100. 100, trouo, che la corda di gr. 64 cade all'interuallo 91½ 91½. Dunque oprando, come se questi fossero li seni de gl'angoli dati, dico, come 100 à 91½, così AI piedi 56 à IB piedi 51¼.

QVESTIONE SESTA.

Data vna linea corda d'vn arco di determita quantità, come si troui il suo circolo.

Sia dato vn triangolo ABC fig. 32. e sia il lato AB opposto ad vn'angolo di gr. 42, e voglia descriuersi vn circolo intorno ad vn tal triangolo. E dunque manifesto, che la data linea del triangolo inscritto nel circolo è corda d'vn' arco doppio dell'angolo opposto, che è angolo alla circonferenza doppio dell'angolo al centro, per la 20, del lib. 3. Dunque la data linea AB applico nella linea de' gradi dello Stromento all'interuallo 84. 84. e ritenuta quell'apertura di Stromenro, prendo l'interuallo 60. 60; e questo è il semidiametro del circolo, in cui il triangolo dato si descriue. Per tanto con quell'apertura di Compasso dalli punti A, & B descriuo due archi occulti, che si tagliano AD, & è il punto D centro del circolo circoscritto al dato triangolo.

E così generalmente data vna linea, che sia corda d'vn' arco, quella s'applichi al numero de' gradi di detto arco; poi ritenuta

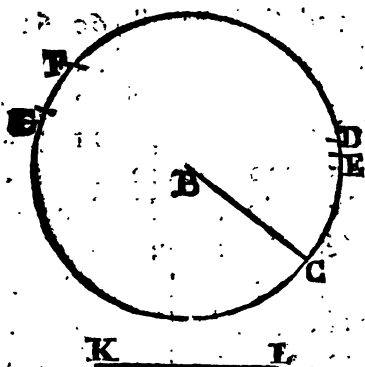
quell'apertura di Stromento, si prenda l'interuallo 60.60, e questa sarà la quantità del semidiametro del circolo, in cui la data linea è corda dell'arco determinato.

Che se la linea data fosse corda d'un arco maggiore del quadrante, allhora questa si diuide per mezzo con vna linea perpendicolare indefinita: poi ad vn estremità di detta linea si faccia vn angolo, che sia la metà del residuo fin al semicircolo, cioè fin a gradi 180; poiche doue sarà tagliata la perpendicolare indefinita, iui sarà il centro del circolo, che si desidera. Così nella fig. 32. sia la linea MN corda di gr. 136, la quale non è nello Stromento, in cui solo son' i gradi del quadrante. Questa si diuida per mezzo in P, e sia la perpendicolar indefinita PK. Or il residuo da 136 fin a 180 è 44, la cui metà è gr. 22. Facciasi dunque nell'estremità M l'angolo PMO, come s'è detto nella prima Questione, di gr. 22; e la linea MO sarà il semidiametro del circolo, il cui centro è il punto O, & in cui la linea MN è corda di gr. 136. Il che è manifesto, perche se si tira la linea ON, li due triangoli OPM, OPN rettangoli in P hanno il lato OP commune, e li lati PM, PN vguali per la costruttione; dunque per la 4. del lib. 1. gl'angoli POM, PON sono vguali: l'angolo POM è complemento dell'angolo OMP di gr. 22, dunque POM è gr. 68, e per conseguenza anche PON è gr. 68; onde tutto l'angolo MON, cioè l'arco di cui MN è corda, è di gr. 136.

QVESTIONE SETTIMA.

Come si possa prendere qualsiuoglia parte determinata del circolo, e descriuere qualsiuoglia figura regolare.

SE il circolo è dato, e si desidera vna sua parte aliquota, diuidasi il numero de' gradi 360 per il denominatore della parte che si desidera, & il quotiente sarà il numero de' gradi, la corda de' quali applicata al circolo prenderà la parte cercata. Il che si fà applicando prima il semidiametro del circolo dato all'interual-

lo 60. 60 nella linea de' gradi nello Stromento: e poi prendendo l'interuallo corrispondente al numero de' gradi trouati nel quotiente della diuisione.

Sia dato nella figura 33. il circolo, il cui semidiametro BC; e si cerchi l'ottaua parte: Diuido 360 per 8, e vien il quotiente 45. Applico dunque nello Stromento nella linea de' gradi all'interuallo 60. 60 la linea BC, e ritenuta quell'apertura, prendo l'interuallo 45.45, e questo applicato al circolo dato in CD, questa è l'ottaua parte di detto circolo; e così replicata diuiderà il circolo in otto parti vguali; e le linee tirate alli punti di dette diuisioni descriueranno vn'ottangolo regolare. Così per descriuere vna figura di noui lati vguali, diuido 360 per 9, & il quotiente 40 mostra, che deuo prendere la corda di gr. 40. & oprare come sopra, e sarà CE la nona parte del circolo.

Ma se la parte del circolo cercata nõ fosse aliquota, facciasi come il denominatore al numerat. della parte cercata, così gr. 360. ad vn'altro numero, e verrà il numero de' gradi competenti alla parte, che si desidera. Così desiderandosi hauere d'vn circolo vn arco, che sia $\frac{5}{9}$, facciasi come 9 à 5, così 360 à 200. Dunque deuono pigliarsi dal circolo dato gr. 200; i quali se bene nõ si puonno pigliare nello Stromento tutti insieme, ad ogni modo si puonno pigliar per parti; onde essendo più del semicircolo, prolongato il semidiametro CB in F, sarà CEDF gr. 180; e rimanendo gr. 20 fin'à 200, prendo gr. 20 nello Stromento allargato in 60. 60, all'interuallo di BC, e sono FG; e così tutto l'arco CDG è $\frac{5}{9}$ del circolo; cioè gr. 200. In somigliãte maniera, per prender la terza parte del circolo, che è gr. 120, si prendono due volte 60, e qualsiuoglia altri due numeri, che aggiunti insieme facciano la stessa somma di gr. 120.

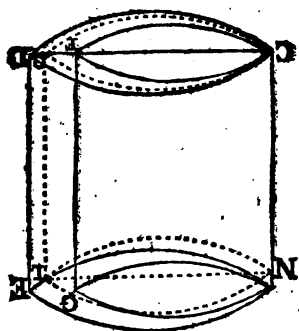
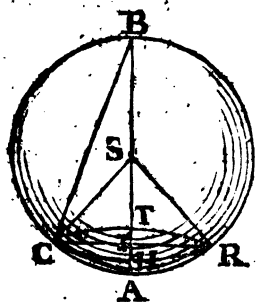
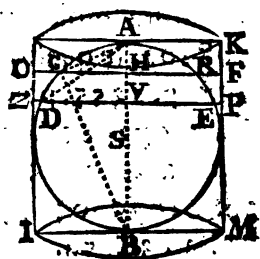
Che

Che se fosse data vna linea, e conuenisse farne vn poligono regolare, diuidansi gr. 360 per il denominatore del poligono; alli gradi del quotiente s'applichi nello stromento la linea data, e ritenuta quell'apertura dello Stromento, prendasi l'interuallo 60. 60, e sarà quello il semidiametro del circolo, à cui applicata la linea data, sarà il lato del poligono, e replicata formarà il detto poligono cercato. Sia data la linea KL, e si desideri vn pentagono regolare, di cui ella sia lato. Diuido 360 per 5 denominatore del poligono, & è il quotiẽte 72: perciò cerco il circolo, in cui KL sia corda di gr. 72 nel modo detto nella precedẽte Questione: il che faccio, applicando la linea KL all'interuallo 72. 72 nella linea de' gradi; e poi preso l'interuallo 60. 60, trouo esser'vguale alla linea BC; e di questa seruendomi, come di semidiametro, descriuo il circolo CDG, à cui applicata, e replicata la linea KL, formarà il pẽtagono.

QVESTIONE OTTAVA.

Dato il diametro d'vna sfera come si troui la superficie sferica, e la solidità di qualsiuoglia segmento di detta sfera, conosciuto nella quantità de' gradi d'vn circolo massimo perpendicolare al piano della base di detto segmento.

SI come nel circolo altra cosa è il segmento, & altra il settore, poiche segmento è quello, che da vna linea retta, e parte della circonferenza si comprende, e settore è quello, che vien compreso da due linee rette vscite dal cẽtro, e dalla circonferenza, che da dette linee rette vien'intercetta: Così parimẽte nella sfera segmento, e quella parte solida, che si comprende da vn piano, che taglia la sfera, e dalla superficie sferica: doue che il settore è cõpreso da vna superficie conica, la cui cima è nel centro della sfera, e dalla superficie sferica, che vien tagliata dalla detta superficie conica. Quindi nella fig. 24, ciò che si comprende dal piano CTRH, e dalla superficie sferica CAR, ouero dalla superficie sferica CBR, è seg-

è segmento della sfera: ma il solido cōpreso dalla superficie conica CSR, e dalla superficie sferica CAR, è settore della sfera.

Or per trouare la superficie di tutta la sfera data, basta prendere per semidiametro d'vn circolo tutto il diametro della sfera, poiche quel circolo sarà vguale alla superficie della sfera; essendoche la superficie di qualsiuoglia sfera, come dimostra Archimede lib. 1. de Sphoer. & Cylindro. prop. 30, è quadrupla del circolo massimo di detta sfera; & il circolo; il cui diametro è doppio del diametro dell'istesso circolo massimo, è quadruplo di detto circolo, per la 2. del lib. 12, e perciò il circolo, il cui raggio è vguale al diametro della sfera, è vguale alla superficie di tutta la sfera, per la 7. del lib. 5. E perche il circolo è vguale al triangolo, li di cui lati posti ad angolo retto, sono il raggio, e la circonferenza (come nel lib. de dimens. circ. mostra Archimede) e perciò al parallelogrammo rettāgolo fatto dal raggio, e dalla semicircōferenza; per la 41. del lib. 1. d'Euclide; ne seguita, che il rettangolo fatto da tutto il diametro, e tutta la circonferenza sarà quadruplo del circolo. Dunque dato il diametro della sfera, si conosce la circonferenza, la quale è al diametro prossimamente come 355 à 113; e moltiplicato il diametro per la circonferenza del circolo massimo, s'haurà tutta la superficie della sfera. In questa maniera facilmente troueremo tutta la superficie della terra, il di cui giro nel libro, che inti-

intitolai, *Terra Machinis mota* differt. 2. n. 22. mostrai molto probabilmente essere di passi romani antichi 30598162. se questo giro moltiplicato per 113 diuideremo il prodotto per 355. poiche verrà il diametro della terra di passi romani ãtichi 9739696. moltiplicato dunque il giro per il diametro, si trouerà la superficie di tutta la terra essere di passi rom. ant. quadrati 298016796038752, cioè miglia quadrate 298016796, e passi quadrati 38752.

Ma per trouare la superficie d'vn segmento di sfera, se si cerca la sola superficie sferica conosciuta ne' gradi del circolo massimo perpendicolare alla base di detto segmento, prendasi la metà del numero di detti gradi, & applicato nelle linee de' gradi nello Stromento il semidiametro della sfera, il qual è anche semidiametro del circolo massimo, all'interuallo de' gradi 60. 60, prendasi l'interuallo della metà di detti gradi, e questo sarà il semidiametro del circolo vguale alla superficie sferica cercata di detto segmento. Ma se si prenderà l'interuallo del numero intiero de' gradi dati, questo sarà tutto il diametro del circolo, che è la base del segmento. Il che è manifesto nella stessa fig. 24. in cui al piano CHRT è perpẽdicolare il circolo massimo BCAR, & il punto A è l'apice del segmento CAR, come il punto B è l'apice del segmento CBR: dunque per la prop. 36. del lib. 1. de Sphoera, & Cylind. d'Archimede, la linea AC è raggio del circolo vguale alla superficie sferica CAR, e per la prop. 37 la linea BC è raggio del circolo vguale alla superficie sferica CBR. Ora tanto la linea AC, quanto la BC, sottendono la metà de' gradi del circolo massimo, che passa per detti segmenti. Doue che la CR, che sottende tutto l'arco di detto circolo massimo, è il diametro del circolo, che è base delli segmenti.

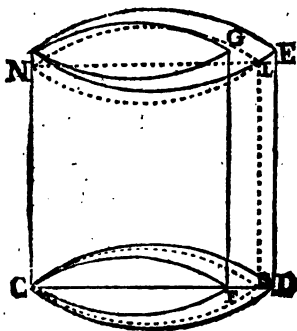
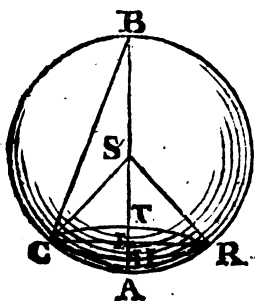
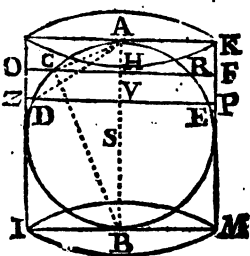
E se vorremo trouar in numeri la superficie sferica sudetta, cerchiamo per essempio nella terra, quanta sia la superficie compresa dal circolo polare, e sia il polo A, e nel meridiano BRAC sia AC gr. 23½. Apro lo Stromento ad arbitrio, e con vn Compasso preso l'interuallo de' gradi 60. 60, con vn altro Compasso prendo l'in-

ter-

teruallo 23½. 23½. Dipoi applicato l'vno, e l'altro Compasso nella linea Aritmetica, il primo all'interuallo 100. 100, e l'altro doue s'addatta, trouo, che di quali parti il semidiametro è 100, & il diametro è 200, di tali quasi 41 è AC sottendente gr. 23½. Dunque come 200 à 41, così il diametro della terra di passi 9739696 alla suttendente di gr. 23½, cioè passi 1996637. semidiametro del circolo vguale alla superficie sferica CAR compresa dal circolo Polare. Facciasi per tanto come 113 à 355, così il semidiametro 1996637 alla semicirconferenza di detto circolo, che è passi 6272620; e moltiplicato il semidiametro per la semicirconferenza sarà tutta l'area del circolo passi quadrati 12524145178940. e così la superficie sferica compresa nel circolo polare è miglia quadrate 12524145, e passi quadrati 178940.

Trouata questa superficie sferica, si trouarà la solidità del settore SRAC, poiche questa è vguale al cono, la cui base è vguale alla superficie sferica, CAR è l'altezza vguale al raggio della sfera AS, come insegna Archimede lib. 1. de Sphœr. & Cylind. pro. 38. Dũque moltiplicata la base per la terza parte dell'altezza, s'haurà la solidità del cono vguale al settore. Si che la terza parte del raggio del globo della terra, essendo passi 1623282 moltiplicata per la superficie sferica trouata 12524145178940, dà la solidità di tutto il settore, miglia cubiche 20330219434. e passi solidi 36008 1080.

Finalmente per hauere la solidità del solo segmento CRA, si cerchi la solidità del cono CSR, trouando la subtensa di tutto l'arco CAR, che è gr. 47, il che si fà applicando il semidiametro della sfera alli gr. 60. 60, e poi preso l'interuallo 47. 47, e nella linea Aritmetica applicato il raggio della sfera al 100. 100, la subtensa di gr. 47, cioè CR è quasi 80; e questa come diametro darà la grandezza del circolo CTRH; e la SI seno del complemento della metà de' gr. dati, sarà l'altezza del cono, la terza parte dunque di tal altezza moltiplicando la grandezza del circolo base del cono, dà la di lui solidità; la quale leuata dalla solidità del settore, lascierà la solidità cercata del segmento CRA.

Vn'altra maniera vi sarà per trouar la superficie sferica di qualsiuoglia segmento, e delle zone, se faremo riflessione, che Archimede al manifesto 9. doppo la prop. 31. del lib. 1. de Sphœra, & Cylindro, mostra, che la superficie del cilindro con le basi è sesquialtera alla superficie della sfera, il cui massimo circolo è vguale alla base di detto cilindro circoscritto à detta sfera: onde ne segue, che detratte le basi, resta la superficie cilindrica vguale alla superficie sferica. Ora sia alla sfera BRAC circoscritto il cilindro IK, e con li piani OF, ZP paralleli sia tagliata la sfera, & il cilindro. Come di sopra si è detto, il circolo, di cui sia raggio la linea AC, è vguale alla superficie sferica CAR. Ma per la prop. 13. dello stesso lib. d'Archimede, la linea media proportionale tra il lato, & il diametro della base del cilindro retto, è raggio d'vn circolo vguale alla superficie cilindrica; dunque se la stessa CA è media proportionale tra il lato del cilindro KF, & il diametro della base OF, sarà la superficie cilindrica KO vguale alla superficie sferica d'altezza vguale CAR. E che CA sia media proportionale trà KF, & OF, così è manifesto. OF è vguale ad IM, cioè à KM, cioè ad AB diametro del circolo, e tirata la BC, l'angolo BCA nel semicircolo è retto; e la CH è perpendicolar alla base BA, dunque, per l'8. del 6. CA è media tra BA, & AH, cioè tra OF, e KF.

Nella stessa maniera si mostra, che la super-

superficie cilindrica KZ è vguale al circolo, di cui è raggio l'AD; & all'istesso circolo è vguale la superficie sferica DAE. Dunque leuata la cilindrica KO, e la sferica CAR vguali, rimane la cilindrica FZ vguale alla zona della sferica DCRE.

Si che se la superficie sferica è di segmento, trouisi il seno verso della metà de' gradi dati, cioè AH, e questo si moltiplichi per il giro del circolo massimo della sfera: e se la superficie sferica è d'vna zona, prendasi la differenza de' seni versi de' due gradi estremi della larghezza di detta zona, cioè HV, e si moltiplichi per l'istesso giro del circolo massimo della sfera, e s'haurà la superficie, così sferica CRED, come cilindrica FZ corrispondente. Ma se nelle linee Geometriche applicarai le due linee AC, AD, e per la Quest 6. del Capo 3. trouerai il raggio del circolo vguale alla differenza de' circoli di dette due linee AC, AD, haurai il circolo vguale alla zona CRED.

QVESTIONE NONA.

Data in gradi la circonferenza d'vn segmento di circolo, come si troui l'area di detto segmento.

Essendo che per l'vltima del 6. d'Euclide li settori del circolo hanno tra di se la proportione de gl'archi, da' quali sono compresi, il settore à tutto il circolo hà la proportione del suo arco à tutta la circonferenza. Si che nella fig. 24, se sarà dato il circolo BRAC, & il segmento di circolo CRA, tirate dal centro le linee SC, SR, il settore SCAR à tutto il circolo, hà la proportione, che hà l'arco CAR a tutta la circonforenza. Quindi è, che conosciuti li gradi dell'arco del segmento, se si fà come gr. 360, alli gradi conosciuti del segmento, così l'area di tutto il circolo ad altro, verrà ad hauersi l'area del settore SCAR: E se da questo si leua il triangolo CSR (il quale si troua moltiplicando CI seno della metà de' gradi conosciuti del segmento, per SI seno del complemento di detta metà) rimane l'area del segmento CRA.

Dunque applicato il raggio del circolo dato all'interuallo de'

gradi 60. 60. prendasi l'interuallo congruente alli gradi dati del segmento: ouero se solo fosse dato il segmento, per la Quest. 6. di questo Capo, si troui il raggio del suo circolo. Et applicati questi due interualli (cioè il raggio del circolo, e la corda del segmento) nelle linee Aritmetiche si troui la lor proportione, è della GR già conosciuta in numeri si prenda la metà CI. Quindi per la Quest. 5. si troui il seno del complemento della metà de' gradi dati, cioè la SI, e questo moltiplicato per CI darà la quantità del triangolo da leuarsi dal settore, acciò resti l'area del segmento.

Sia dato il segmento, il cui arco sia di gr. 47. Se il diametro è 200000, e la circonferenza 314159, l'area del circolo fatta dalla metà del diametro, e dalla metà della circonferenza è di particelle quadrate 7853975000. Dunque come gr. 360 à gr. 47, così 7853975000 all'area del settore di gr. 47, cioè à 1025380069. Quindi aperto lo Stromento, e presi gl'interualli 47. 47, e 60. 60 trouo, che di quali parti 50 è il raggio di tali quasi 40 è la subtensa di gr. 47. dunque la metà è parti quasi 20. E perche la metà de' gr 47 è 23½, il cui complemento è gr. 66½ trouo con aprire di nuouo lo Stromento, come prima, che il seno di gr. 66½ è di parti 45, delle quali il raggio è 50. Ora perche il diametro si pose 100000, il raggio nõ è 50, ma 50000, e così alli numeri trouati con lo Stromẽto aggiõgo trè zeri; onde moltiplico 20000 per 45000, e si produce l'area del triãgolo 900000000, che leuata dal settore trouato 1025380069 lascia per area del segmento dato 123380069.

Di qui si vede ciò, che debba farsi, quando il segmento dato è maggiore del semicircolo, come il segmento CRB: poiche operandosi, come prima, si troua da principio tutto il settore SCBR: e poi trouata l'area del triangolo CSR, questa non si leua dal settore trouato; ma se gl'aggionge per hauer tutto il segmento CRB.

E se sarà vna parte di circolo compresa da due linee parallele, trouisi la quantità de' due segmenti, che elle fanno, e la differenza di detti segmenti, è l'area dello spatio compreso dalle due linee parallele, e da gl'archi tra esse interceti, come è manifesto.

CAPO VII.

Come nello Stromento s'habbiano à segnare i lati delle figure regolari: vso di questa linea de' poligoni.

DA quello, che s'è detto nella Quest. 7. del Capo precedente, doue habbiamo insegnato il modo di trouare il lato di qualsiuoglia figura regolare, non pare necessario descriuere nello Stromento i lati delle figure regolari, che ponno descriuersi nello stesso circolo, ad ogni modo per la breuità dell'operare, sarà vtile porre nello Stromento questa linea de' poligoni.

Tirate dunque ne' lati dello Stromento le due linee AR, AT, nella fig. 27. acciò riescano più distinte le diuisioni, prendasi tutta la linea AR, per il lato del triangolo equilatero, che può descriuersi nel circolo: poiche come questa figura è la minore di tutte quelle, che nello stesso circolo puonno descriuersi, se si considera l'area, e capacità sua, così il suo lato è il maggiore di tutti. Ora posta la detta linea AR, per lato del triangolo, è manifesto, ch'ella è corda della terza parte del circolo, cioè di gr. 120. Conuien dunque trouar il semidiametro del suo circolo: il quale se non si troua nel modo detto nella Quest. 6. del Capo precedente, può trouarsi nel modo seguente.

Sia nella fig. 34. la linea AB lato del triangolo, e corda di gr. 120. dunque dal centro del circolo tirati li semidiametri, faranno gl'angoli alla base vguali di gr. 30. per ciascuno. E per far ciò, prendo nell'estremità della data linea due parti vguali tra di loro BC, AD, & allo stesso interuallo dalli punti B, & C descriuo due archi occulti, che si segano in E, e similmente dalli punti C, & E descriuo due altri archi occulti, che si tagliano in F. Nella stessa maniera opero dalli punti A, & D allo stesso interuallo descriuendo due archi, che si tagliano in G: e dalli punti G, & D due altri, che si segano in H. Poscia dal punto B per F, & dal punto A per H, tiro due linee, che s'incontrano in I, e dico, che I è il centro del circolo, e

slaup l'an-

l'angolo AIB, è di gr. 120. essendo, che li due angoli ABI, BA sono ciascuno di gr. 30. Il che così si rende manifesto. Tirinsi le linee AG, GD, DH, HG. e perche per la costruttione gl'archi occulti tutti sono stati descritti allo stesso interuallo, li due triangoli ADG, DHG sono equilateri, e tra di loro vguali; dunque l'angolo DAG è di gr. 60, come anche tutti gl'altri. Or essendo ne' triangoli ADH, AGH li due lati AD, DH vguali alli due lati AG, GH, e la base AH commune, per l'8. del lib. 1. gl'angoli DAH, GAH son vguali; dunque l'angolo DAH è gr. 30. E la stessa forma di dimostrare saria per prouare, che CBF sia di gr. 30. Dunque essendo vguali li due angoli BAI, ABI, anche i lati IA, IB sono vguali: Dunque fatto centro in I all'interuallo IB si descriua il circolo, e l'arco opposto all'angolo AIB sarà gr. 120; il che si renderà manifesto, se dal punto A applicato il semidiametro alla circonferenza diuiderà in L precisamente per metà, in modo, che AL; LB siano vguali, e prolongata la AI in K, si che sia diametro del circolo, riuscirà parimenti BK vguale a BL, & LA.

Trouato il lato dell'essagono, che è la corda dell'arco AL, la

quale

quale nella linea AB traportata è A 6, si cerca il lato del quadrato nello stesso circolo: il che si fà diuidendo per mezzo l'arco LB, ouero dal centro I, tirando vna perpendicolare al diametro AK, e cade in M, si che AM traportata nella linea data AB, sia A 4 lato del quadrato.

Per hauer il lato del pentagono, diuidasi, come insegna Ptolemeo nel lib. 1. dell'Almagesto, per mezzo il semidiametro IK, nel punto N; e dal punto N all'interuallo NM, si descriua vn'arco occulto, che taglia il diametro in O; poiche dal punto O, tirata la linea OM, questa è il lato del pentagono da applicarsi all'arco AP, e nella linea AB sarà A 5. E per conseguenza OI è il lato della fig. di dieci angoli applicata all'arco AQ e nella linea AB sarà A 10.

Per il lato della figura di sette lati non v'è forma propriamente Geometrica; ma tentando si può trouare, ò la settima parte di tutto il circolo, e quest'arco darà la corda, che sarà lato dell'eptagono, ouero la settima parte del semicircolo, e due di queste saranno la settima di tutto il circolo.

Or hauendo gl'archi, che sono la 4. 5. 6. 7. 10. parte del circolo, diuidendoli per mezzo, e subdiuidendoli hauremo la 8. 16. 12. 14. 20. parte del circolo con la sua corda da segnarsi nella linea A B. Per trouare la 9 parte, si può diuider in 3 parti l'arco ALB, e la terza parte sia AR, quale perciò sarà la 9 di tutto il circolo. E questa diuisa per mezzo darà la 18.

Ma per la decimaquinta parte, si prenderà l'arco AP, che è la quinta, e l'arco AB, che è la terza parte del circolo, e la loro differenza PB diuisa per mezzo s'applichi all'arco AS, che questa sarà la 15 parte di tutto il circolo, come consta dalla 16. del lib. 4.

Si che non restano, che la 11. 13. 17. 19. parte del circolo, la quale non si troua, che mecanicamente tentando con la replicatione del Compasso. Il che se bene è di qualche noia nella fabrica dello Stromento, ad ogni modo apporta poi facilità per sempre nell'altre occasioni: e la prattica di tal diuisione non riesce tanto scommoda, quando il circolo è così grande, che la corda della

ter-

terza parte sia vguale alla linea dello Stromento; e di tal grandezza deue intendersi la linea AB della fig. 34, se bene s'è fatta quì assai più piccola.

Che se bene quando lo Stromento è assai lungo vi si puonno commodamente notare li lati delle figure anche di più angoli, nulladimeno ne' mediocri basterà sin alla figura di 20 angoli, come s'è fatto nella fig. 27.

Ma se questa forma d'oprare sin'ora accennata non piacesse, come troppo operosa, potremo hauere l'istesso intento con l'aiuto della tauola de' seni, e della linea Aritmetica dello Stromento; essendoche in tal modo hauremo, quanto basterà, per le operationi Fisiche. Ora primieramente diuidasi il circolo, cioè gr. 360. per il numero de' lati della figura, e s'haurà la quantità de' gradi, che toccano a ciascun lato. Dipoi questo numero de' gradi trouati diuidasi per metà, e di questa metà si cerchi il seno nelle tauole, come si vede fatto nella seguente tauoletta, in cui nella prima colonna sono i numeri de' lati delle figure regolari; nella seconda sono i gradi de gl'archi, che toccano a ciascun lato di ciascuna figura;

Proportione de' lati de' poligoni descritti nello stesso circolo, e numero de' gradi, che prende ciascun lato di dette figure.

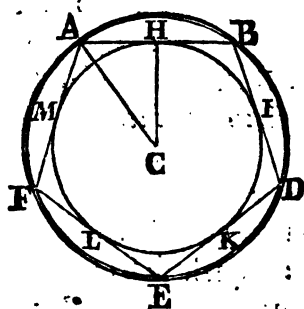
Fig.	Arco	Metà	Seno	Fig.	Arco	Metà	Seno
1	G. M.	G. M.		11	32 43	16 21	281
2				12	30	15	258
3	120	60	866	13	27 41	13 50	239
4	90	45	707	14	25 42	12 51	222
5	72	36	587	15	24	12	204
6	60	30	500	16	22 30	11 15	195
7	51 25	25 42	433	17	21 10	10 35	183
8	45	22 30	382	18	20	10	173
9	40	20	342	19	18 54	9 27	164
10	36	18	309	20	18	9	156

nella

nella terza la metà di detti gradi, e nella quarta il ſeno di ciaſcuna. Ciò fatto tiriſi ſopra vn piano vna linea retta vguale alla linea AR, ouero AT dello Stromento nella fig. 27. e preſa col Compaſſo la lunghezza di tal linea, s'applichi nella linea Aritmetica dello Stromento all'interuallo 86½. 86½ poiche douendo quella eſſer corda di gr. 120, il ſeno di gr. 60 è 866. E ritenuto lo Stromento in quell'apertura, prendaſi il ſeno 707, all'interuallo 70½. 70½ per il lato del quadrato, e queſto ſi ſegni nella linea tirata, che rappreſenta la linea dello Stromento AR. E così di mano in mano conforme alla quantità de ſeni notati: perche ſe bene queſti ſono ſeni della metà degl'archi, ſono metà delle corde, e queſte hanno tra loro la medeſima proportione, che detti ſeni.

Finita, che ſia nella linea tirata queſta diuiſione, ſi traporta sù le linee AR, AT dello Stromento, il quale hauendo le linee laterali diuiſe nella proportione de' lati delle figure regolari riſpetto al medeſimo circolo, in cui capiſcano, è manifeſto, che anche gl' interualli hauranno ſimile proportione, come più volte s'è dimoſtrato.

QVESTIONE PRIMA.

Come data vna linea ſi poſſa farne vna figura Regolare, qual più piace, ò deſcriuere l'angolo d'vna figura Regolare, di quelle, che ſon ſegnate nello Stromento.

SIa data vna linea AB nella fig. 35, e di eſſa voglia farſi vna figura di cinque lati vguali. Queſta s' applichi nella linea de' poligoni AR, AT dello Stromento, all'interuallo 5. 5: e perche il lato dell'eſſagono è vguale al ſemidiametro del circolo, in cui hà da formarſi il cercato pentagono, ritenuta quell' apertura dello Stromento, prendaſi l'interuallo 6. 6, e con tal' interuallo dall' eſtremità A, & B

della linea data si descriuano due archetti, che si taglino in C, e con quello stesso interuallo dal centro C si descriua il circolo AB DEF, nel quale replicata la linea AB, s'haurà il pẽtagono cercato.

Che se solo si cercasse di far'vn'angolo del Pentagono all'estremità A della linea data, trouato come prima il centro C, basterà descriuere occultamente l'arco AF, & ad esso applicare la linea AB, siche sia la retta AF, e sarà fatto l'angolo BAF del pentagono. Il che è vn gran compendio d'operare per chi hà da far in grande il dissegno d'vna fortezza regolare.

Quindi è, che se la linea data fosse molto grande, in modo, che non si potesse prẽder tutta col Cõpasso, ò non capisce nell'interuallo dello Stromẽto, basterà solo pigliarne vna parte nell'estremità, qualunque ella sia ad arbitrio, o sia aliquota, ò nò, e con quella far l'angolo desiderato del poligono, nel modo che s'è detto: perche allongata poi questa linea tirata per far l'angolo, finche sia tanto quanto la prima, fatto nella sua estremità vn angolo vguale al già trouato, e così di mano in mano verrà à compirsi la figura bramata. Come per essempio, se c'imaginiamo la linea AB prolongata alla lunghezza di quattro palmi, questa non può tutta capire nello Stromento: perciò ne prendo solo la parte AB, e come se con quella sola douessi operare, quella applico nello Stromẽto, & opero come s'è detto: poiche prolongata poi AF tãto ch'anch'ella sia di quattro palmi, nella sua estremità faccio vn' altr'angolo vguale all'angolo BAF, e così di mano in mano sin che sia compita la figura.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare, come se le possa circoscriuere, ò inscriuer'vn circolo.

PEr la circoscrittione del circolo non si richiede più che trouar'il centro della figura regolare data: la quale se hà numero pari di lati, come 6, 8, &c. basta dalli due angoli opposti tirar'vna diagonale, e da altri due angoli opposti vn'altra diagonale, la quale

diui-

diuiderà per mezzo la prima, & il punto dell'interfettione è il centro della figura; e l'interuallo dal detto punto fin'ad vno de gl'angoli è il femidiametro del circolo, che fi circofcriue alla figura.

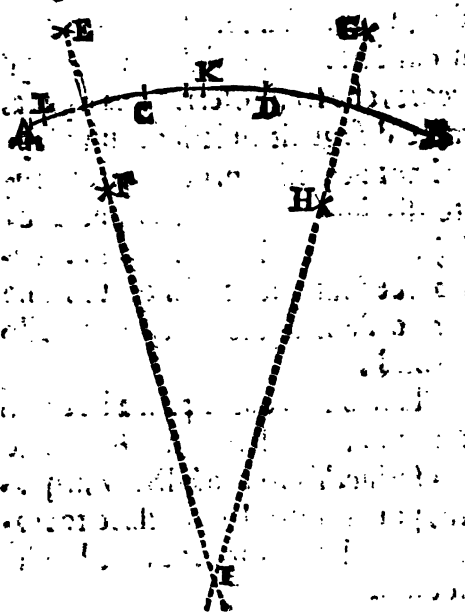
Ma fe la data figura è di numero difuguale di lati, conuien'applicar'il lato di detta figura nella linea de' poligoni nello Stromento all'interuallo corrifpondente alla figura (così fe è vn pentagono s'applica all'interuallo 5. 5.) e poi prefo l'interuallo 6, 6, defcriuere, come nella Queftione precedente, due archi occulti, che fi taglino in C; e quefto è il centro della figura, & all'interuallo CA fe le circofcriue il circolo ABDF.

Per ifcriuere poi il circolo, bafta, trouato come prima il centro della data figura, diuider per mezzo vno de' lati, come AB in H, e dal centro C all'interuallo CH defcriuer'il circolo HIKLM, il quale farà infcritto alla detta figura, poiche tutti i lati di effa lo toccano; come facilmente fi può dimoftrare dalle cofe, che dice Euclide nel lib. 4. in fomigliante propofito.

QVESTIONE TERZA.

Dato vn'arco, come fi poffa facilmente trouare in effo la quantità d'vn grado, & altre parti del circolo non fegnate nella linea de' poligoni.

SE bene quefto problema facilmente fi mette in prattica con la linea de' gradi dello Stromento, nondimeno conuien pratticarlo con quefta linea de' poligoni, perche quefta pratica darà lume per varie diuifioni affai minute anche di linee rette.

Sia dato nella fig. 36. l'arco AB, di cui fi defidera fapere, quanto fia grande la quantità d'vn grado. Cerchifi, per la 25. del lib. 3. il centro di tal'arco; il che breuemente fi fà prendendo ad arbitrio AC, e dalli punti A, & C defcritti occultamente à qualfiuoglia interuallo due archi, che fi taglino in E, & F, per li punti E, & F fi tiri vna linea retta indefinita, e lo fteffo facciafi prendendo ad arbitrio BD, e per li punti dell'interfettioni de gl'archi occulti G, & H fimilmente fi tiri vna linea retta indefinita; la quale taglierà la

prima nel punto I; e questo è il centro del circolo, di cui l'arco dato AB è parte. Preso dunque il semidiametro di tal circolo, cioè l'interuallo IA, ouero IB, l'applico nella linea de' poligoni alli punti 6. 6. e ritengo questa apertura dello Stromento.

Ora qui conuiene far riflessione à ciò, che osseruò Euclide nell'vltima propositione del lib. 4. doue insegnò à descriuere la figura di quindici lati, col beneficio de' lati del triangolo, e del pentagono: & è, che moltiplicando insieme li denominatori di due figure regolari, cioè i numeri de' loro lati, si hà il denominatore d'vn'altra nuoua figura; e la differenza de gl'archi corrispondenti al lato di dette due figure, contiene tante parti di questa nuoua figura, quanta è la differenza de' numeri de' lati di quelle figure. Così il triangolo hà trè lati, il pentagono cinque, moltiplico 3. per 5. & hò 15; e perche la differenza di 3 à 5 è 2, perciò dall'istesso punto del circolo applicato il lato del triangolo, & il lato del pentagono, la differenza de gl'archi corrispondenti à questi lati contiene due parti delle quindici del circolo. E se la differenza del numero de' lati delle figure sia l'vnità, applicati i loro lati al circolo, restarà la differenza de gl'archi la parte competente alla nuoua figura: Così applicato il lato del quadrato, e del pentagono, la differenza è la ventesima parte del circolo; perche 4 moltiplicato per 5, fà 20. Il che è manifesto, perche delle 20 parti vn quarto ne leua 5, e delle stesse 20 vn quinto ne leua quattro; dunque la differen-

renza d'vn quarto, e d'vn quinto è vna ventesima.

Supposta questa dottrina verissima, e chiarissima, hauendo noi nella linea de' poligoni il lato della figura di 20, & il lato della figura di 18 lati, moltiplicando 20 per 18, habbiamo 360, che è il numero de' gradi di tutto il circolo; e perche la differenza tra 20, e 18 è 2, perciò preso nello Stromento nella linea de' poligoni l'interuallo 18. 18, l'applico all'arco dato, & è AK: dipoi preso l'interuallo 20. 20, l'applico nello stesso arco dal punto K, & è KL; onde resta AL due trecensessantesime di circolo; e se AL si diuiderà per mezzo, hauremo il grado del circolo.

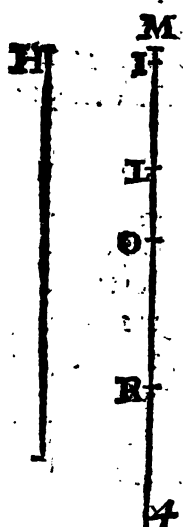
Che se prendessimo l'interuallo, che diuide il circolo in 20, e quello, che lo diuide in 19 parti, la differenza loro sarà $\frac{1}{380}$ del circolo, così per diuider il circolo in 63 parti, prendo due numeri, che moltiplicati facciano 63, e questi sono 7, e 9, la differenza de' quali è 2. Dunque applicato al circolo il lato della figura di sette, e quello di noue lati, la differenza sarà $\frac{2}{63}$ del circolo, e diuisa per mezzo, darà l'arco, la cui corda è lato della figura di 63 lati.

Di qui si vede, che hauendo noi nella linea de' poligoni i lati di diciotto figure, combinandole à due à due, si ponno fare 162 combinationi, e trouar' i lati di altre 162 figure, oltre le notate nello Stromento. Ma perche alcune differenze comprenderebbono numero disuguale di parti, saria assai difficile il trouarle, perciò meglio è seruirsi solo di quelli, che hanno ne' numeri la differenza, che è numero pari, e riceue subdiuisione. Come per essempio, se prendiamo il lato di 20, e quello di 13, la differenza sarà $\frac{7}{260}$ del circolo; e troppo difficile riuscirebbe diuidere in sette parti quella particella, che è la differenza de gl'archi: se pur non s'adoprasse negl'archi l'industria, che nelle linee rette habbiamo mostrata nel Cap. 2. espressa nella fig. 3. doue vna ventesima si diuise in cinque parti. Ma se prendiamo il lato di 11, e quello di 19, la differenza sarà $\frac{8}{209}$ del circolo; la qual differenza diuisa, e due altre volte subdiuisa, finalmente resta $\frac{1}{209}$ del circolo.

Da queste cose qui dette si raccoglie vn modo facilissimo per

pi-

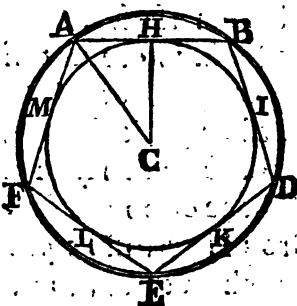
pigliar in vna retta linea data vna particella, che per altro saria difficile a trouare, quando il numero delle parti è numero composto: cioè trouando due numeri differenti tra di loro solamente per l'vnità, ouero per il binario, ò quaternario, i quali insieme moltiplicati, facciano il numero, che denomina le parti.

Per essempio nella fig. 4. voglio vna settantesima seconda della linea retta MN. Veggo, che il 72 si fà dalla moltiplicatione di 8 per 9, onde cauo, che la differenza dell'ottaua, e della nona parte di detta linea MN è la settantesima seconda cercata. Applico dunque nella linea Aritmetica dello Stromento la linea MN all'interuallo 80.80, perche all'interuallo 10.10 haurò l'ottaua parte, che sarà ML. Dipoi l'istessa MN applico all'interuallo 90.90, & all'interuallo 10.10 haurò la nona parte, la quale sarà LI, e lascierà la differenza IM $\frac{1}{72}$ di tutta la linea; perche delle 72 particelle vn'ottauo ne contiene 9, & vn nono ne contiene 8, dunque la differenza d'vn ottauo, e d'vn nono è $\frac{1}{72}$.

QVESTIONE QVARTA.

Come si conosca la proportione de' lati delli poligoni descritti nello stesso circolo; e poi anche la proportione delli stessi poligoni.

DAlla tauoletta posta in questo Capo è manifesta la proportione de' lati de poligoni; ma non si può sempre hauere questa tauoletta alla mano, come s'hà lo Stromento. Per conoscer dunque la proportione di detti lati conuiene vedere, se si vogliono con relatione al semidiametro, ò solo tra di loro. Per essempio voglio sapere, che proportione habbia il lato del pentagono al lato del deca-

essagono. Posso considerarli assolutamente tra di loro senza riguardo del lato dell'essagono, che è egual al semidiametro; ouero determinata la quantità delle particelle del semidiametro, considerare quante di quelle particelle contenga ciascuno di detti lati. Nel primo caso con due Compassi prendo gl'interualli 5.5; e 10.10. nella linea de' poligoni. Dipoi nella linea Aritmetica applico il lato del pentagono all'interuallo 100.100, e trouando, che il lato del decagono cade nell'interuallo 52.53, dico, che la loro proportione è come di 100 à $52\frac{1}{2}$. Ma volendosi la loro proportione in riguardo del lato dell'essagono, conuiene prendere trè misure, cioè oltre li due detti interualli pigliar anche quello di 6.6, e questo nella linea Aritmetica porre all'interuallo 100.100, e così trouerassi la proportione del lato del pentagono à quello del decagono, come $58\frac{1}{2}$ à quasi 31.

Trouata la proportione de' lati di due figure, in riguardo al lato dell'essagono posto come 100, si trouerà la proportione di dette figure, cercando l'area d'vno de' triangoli di ciascuna, e poi moltiplicando quest'area, per il numero de' lati di ciascuna. L'area poi di ciascun triangolo si troua con la moltiplicatione della metà del lato per la perpendicolare, che in esso cade dal centro; cioè nella fig. 35. moltiplicando AH per CH, come si caua dalla 42. del lib. 1. Si troua poi la grandezza della perpendicolare CH, ò con lo Stromento applicando CA semidiametro nella linea Aritmetica all'interuallo 100.100, ò dal quadrato della CA 100, cauando il quadrato della metà del lato conosciuto. Essendo dunque il lato del pentagono in riguardo del semidiametro del circolo, à cui è inscritto, come $58\frac{1}{2}$, la sua metà è $29\frac{1}{4}$, il cui quadrato è $855\frac{9}{16}$, e la radice $95\frac{1}{2}$ in circa è la quantità della perpendicolare CH. Moltiplicato dunque CH $95\frac{1}{2}$ per HA $29\frac{1}{4}$, l'area d'vn

trian-

triangolo quinta parte del pentagono è 2793 $\frac{2}{5}$, e queſta moltiplicata per 5, numero de' lati per conſeguenza de' triangoli del pentagono, ſarà tutta l'area del pentagono 13967. Il che pure ſi ſaria trouato, ſe preſa la metà del giro del pentagono (che è 292 $\frac{2}{5}$) cioè 146 $\frac{1}{5}$ ſi foſſe moltiplicata per la perpendicolare 95 $\frac{1}{2}$, poiche ſaria venuta l'area del pentagono allo ſteſſo modo 13967.

Ora per trouar l'area del decagono, il cui lato è quaſi 31, & il mezzo giro 155, in circa, trouo la perpendicolare cauando dal quadrato del ſemidiametro, cioè da 10000, il quadrato della metà del lato 15 $\frac{1}{2}$, cioè 240, e reſtano 9760 quadrato della perpendicolare, quale perciò è 98 $\frac{3}{4}$. Moltiplicato dunque 155 per 98 $\frac{3}{4}$, ſi produce l'area del decagono 15306. Dal che conchiudo, che il pentagono, & il decagono deſcritti nello ſteſſo circolo ſono come 13967, e 15306, & in minori termini, poiche li numeri non ſon tanto preciſi, come 14 à 15. E nella ſteſſa forma ſi procederà nella comparatione dell'altre figure, doue ſi vedrà, che quanto minore è il lato, tanto più và creſcendo l'area.

QVESTIONE QVINTA.

Dato vn poligono regolare, trouarne vn'altro à lui vguale.

SE ſarà data vna figura regolare, & vn'altra diuerſa ſe ne deſideri à lei vguale, primieramente per la Queſt. antecedente ſi troui la proportione di tali figure nello ſteſſo circolo, come ſe ſia dato vn pentagono, e ſi voglia vn decagono à lui vguale, ſi troua, che il pẽtagono al decagono nello ſteſſo circolo è come 14 à 15. Dipoi il lato della data figura s'applichi nelle linee de' poligoni all'interuallo conueniente, come nel caſo noſtro all'interuallo 5. 5, e ſi prenda l'interuallo della ſpecie della figura, che ſi cerca, come qui è il decagono, e ſarà 10. 10. Finalmente perche il decagono è come 15, al pentagono, che è come 14, nelle linee Geometriche all'interuallo 15. 15 applico queſto lato trouato del decagono; e preſo l'interuallo 14. 14, ſarà il lato d'vn decagono, che è al deca-

cago-

cagono inscritto nello stesso circolo col pentagono dato, come 14 à 15, cioè come il pentagono dato al decagono nello stesso circolo: Dunque quest'vltimo interuallo preso è il lato del decagono vguale al dato pentagono; poiche così il decagono di questo lato, come il pentagono dato hanno la stessa proportione di 14 à 15 al decagono nello stesso circolo con la figura data, per la 7 del 5.

CAPO VIII.

In qual maniera s'habbia à segnare nello Stromento la linea d'vguaglianza tra' piani regolari dissomiglianti: & vso di questa linea trasformatoria.

Conuien talora cangiar vna figura piana in vn'altra di specie differente, e se bene di ciò s'è parlato nel Capo antecedente alla Quest. 2. nientedimeno per farlo più presto, e con facilità, si può nel nostro Stromento segnar' il lato di ciascuna figura. E perche le figure Irregolari non hanno alcuna determinatione, potendo esser molto varia la loro irregolarità, perciò solamente si considerano le regolari, poiche conosciuto vn lato, tutti gl'altri son noti, essendo tra di se vguali.

Primieramente fà di mestieri conoscere la proportione de' lati delle figure dissomiglianti, ma secondo l'area, ò superficie tra di se vguali. E perche tutte le figure regolari puonno concepirsi, come descritte nel circolo; dal cui centro tirate à ciascun'angolo linee rette, l'area si diuide in tanti triangoli vguali, quanti sono i lati di ciascuna di dette figure, perciò basterà trouar la base d'vno di detti triangoli. Onde nota, che sia l'area d'vna figura, questa si diuiderà in tante parti, quanti sono i lati della figura, che si desidera, e questo quotiente sarà l'area del triangolo, che è tal parte di detta figura. Del qual triangolo isoscele essendo conosciuta l'area, e la proportione de' lati (poiche per il Capo antecedente si cono-

sce la proportione del lato della figura al semidiametro del circo-
lo, in cui è descritta, ò almeno si può cauare dalle tauole de' seni)
si troua la grandezza della base.

Dunque supposto il lato del triangolo equilatero esser 1000,
trouo la sua area nel modo commune à tutti li triangoli, cioè dal-
la metà del giro di tutto il triangolo sottraendo ciascuno de' lati,
e moltiplicate insieme le trè differenze, e questo prodotto molti-
plicato per la detta metà del giro, cauo la radice quadrata, che sa-
rà l'area cercata. Perciò essendo vn lato 1000, tutto il giro è
3000, e la metà 1500, dunque le trè differenze sono 500, 500,
500, le quali moltiplicate insieme, fanno 125000000, e questo
prodotto moltiplicato per 1500 metà del giro del triangolo, dà
187500000000, la cui radice quadrata è 433012, area del dato
triangolo equilatero.

Ora volendosi il lato d'vn quadrato vguale al dato triangolo,
prendo la quarta parte dell'area trouata del triãgolo, & è 108253,
e questa è l'area del triangolo, che è la quarta parte del quadrato
vguale al dato triangolo. Et in questo piccolo triangolo quarta
parte del quadrato li lati posti, come 1000, la base è 1414 R
2000000. Dunque perche li triangoli simili sono nella proportio-
ne duplicata de' lati, cioè le lor'aree sono come li quadrati de' lati
homologi, per la 19. del lib. 6. trouata l'area corrispondente à
questi trè lati ne' termini della proportione conosciuta, se si farà
come l'area trouata all'area conosciuta 108253, così il quadrato
della base 1414 ad vn'altro verrà il quadrato della base, che si
cerca. Quindi è, che data la proportione de' lati del triangolo
1000, 1000, 1414, si troua l'area 499999: e così come questa à
108253 così il quadrato della base, che è 2000000 (ouero 1999
396 se si prende per base 1414 precisamente) à 433012, qua-
drato della vera base, che si cerca; quale perciò sarà 658 ⅓, e tale
sarà il lato del quadrato vguale al dato triangolo.

Con l'istesso metodo si trouano i lati del pentagono, essagono,
& altri vguali al dato triangolo, cioè prendendo per il pentagono
la

la quinta parte dell'area del triangolo equilatero posto per l'eptagono la settima parte &c. E poi conosciuta la proportione del lato di ciascuna figura al semidiametro del circolo, in cui ella può descriuersi, si troua l'area di questo triangolo isoscele; e finalmente facendosi, come la quinta, ò settima &c. parte del triangolo equilatero posto, à quest'area vltimamente trouata, così il quadrato del lato del pentagono, ò eptagono &c. al quadrato del lato vero cercato; onde la radice di quest'vltimo quadrato sarà il lato, che si cerca: e così si sono trouati i lati d'alcune figure regolari, come nell'annessa Tauoletta si troua notato. E con questa proportione

Lati di figure regolari tra di loro vguali.

Triangolo	1000.	Ottangolo	299 +
Quadrato	658 +	Nonangolo	264 +
Pentagono	502 --	Decangolo	237 +
Essagono	408 +	Vndecangolo	214 +
Eptagono	342 --	Dodecangolo	197 --

si diuidono le linee AN, AV nella fig. 27. pigliando tutta la AN per 1000 lato del triangolo, il quale si segna con la nota △ per contradistinguerlo dal 3, che si segna nell'altra linea, in cui sono le parti del circolo, e chiamiamo linea de' poligoni. Così per il pentagono si prende A 5 di parti 502 - di quelle delle quali tutta la AN è 1000; e nello stesso modo dell'altre tutte.

Quindi è manifesto, che dato qualunque lato di triangolo, à cui si desidera altra figura regolare vguale, gl'interualli dell'apertura dello Stromento saranno nella stessa proportione, in cui sono diuisi i lati dello stesso Stromento, come più volte di sopra s'è detto.

QVESTIONE PRIMA.

Data vna figura regolare, trasformarla in vn'altra vguale di più, ò meno lati.

HAbbiasi per cagione d'essempio vna lastra d'argento quadrata, e vogliasi farne vn'altra d'vgual grossezza, ma di figura essagona, si cerca la grandezza del lato dell'essagona. Nella linea trasformatoria, ò d'vgualianza, comunque chiamar la vogliamo, s'applichi all'interuallo del quadrato il lato dato; e ritenuta quell'apertura, prendasi nella stessa linea l'interuallo 6. 6, e questo riuscirà il lato cercato dell'essagono.

Ma se fosse la lastra così grande, che non capisce il lato del quadrato negl'interualli dello Stromento, e si volesse sapere in numeri di quanti deti sarà la lunghezza del lato trouato dell'essagono, così può operarsi. Allargato lo Stromento à qualsiuoglia apertura, prendasi con due Compassi gl'interualli corrispondenti al quadrato, & all'essagono nella linea trasformatoria. Dipoi nella linea Aritmetica si vegga con l'applicatione de' due Compassi, che proportione habbiano tra di loro que' due lati; e trouando che il lato del quadrato à quello dell'essagono vguale è come 100 a 62, con la regola del trè dico, se 100 danno 62, il lato d'vna lastra quadrata di deti 20, mi darà in vna lastra vguale essagona, il lato di deti 12$\frac{2}{5}$.

Che se non si potesse prendere precisamente in denominatione di misura conosciuta di palmi, deti &c. il lato del quadrato, e nondimeno fosse assai grande, prendo la metà, ò altra parte aliquota di detto lato, e l'applico all'interuallo del quadrato nella linea trasformatoria, e poi prendo il lato della figura, che si desidera, nell'interuallo della stessa linea trasformatoria; perche moltiplicando questa tante volte, in quante parti fù diuisa l'altro lato della figura data, s'haurà il lato cercato. La ragione di ciò è manifesta; perche i lati delle figure simili sono nella proportione subduplicata delle stesse figure, dunque presa la metà del lato dato,

que-

questa è lato d'vn quadrato subquadruplo del primo: Dunque il lato dell'altra figura trouato (essendo al quadrato di quella metà vguale l'essagono di questo lato trouato) è lato d'vn'essagono subquadruplo al dato quadrato. Ora raddoppiato il lato trouato sarà lato d'vn'altro essagono quadruplo di questo; Dunque l'essagono della linea doppia del lato trouato, è vguale al quadrato dato.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna figura regolare trouarne vn'altra regolare diuersa, a cui habbia la data Proportione.

QVesta operatione è facile adoprandosi la linea trasformatoria, e la linea Geometrica: poiche prima nella trasformatoria si troua l'vguale, poi nella Geometrica si troua quella, che hà la data proportione. Sia dato vn triangolo, e si desidera vn'ottangolo, che contenga tre volte e mezza detto triangolo, cioè che sia al triangolo, come 7 a 2. Pongo dunque nella linea trasformatoria il lato dato del triangolo all'interuallo proprio: quindi prendo nella stessa linea l'interuallo 8. 8. e questo è l'ottangolo vguale al triangolo dato. Conuien dunque trouare vn'ottangolo, che à questo stesso ottangolo sia come 7 à 2: perciò il lato trouato dell'ottangolo vguale applico nella linea Geometrica all'interuallo 2. 2: e preso nella stessa linea Geometrica l'interuallo 7. 7, questo sarà il lato dell'ottangolo, che è come 7, in riguardo del primo ottangolo, cioè del triangolo dato, che è come 2.

Che se desideri conoscer in numeri il lato di questo ottangolo, che è al triangolo dato, come 7 a 2: si troua con l'applicatione de' lati del triangolo, & ottangolo vguali nella linea Aritmetica, che sono come 100 à quasi 30: dipoi i lati degl'ottangoli, che sono come 2 a 7, applicati similmente alla linea Aritmetica, trouo che sono come 30 à 56, onde raccolgo, che il lato del triangolo dato al lato d'vn'ottangolo, che lo contiene trè volte e mezza, è come 100 à 56.

QVESTIONE TERZA.

Date due figure regolari diuerse, conoscere, che proportione habbiano tra di loro.

SIano date due figure diuerse regolari, per essempio vn pentagono, & vn triangolo: applico nella linea trasformatoria il lato della figura, che hà meno angoli, cioè il lato del triangolo, & à questa apertura all'interuallo 5. 5. nella stessa trasformatoria prendo il lato del pentagono vguale. Poscia questo lato d'vn pentagono vguale al triangolo dato, & il lato del pentagono dato, applico nella linea Geometrica, come si disse nel Capo 3. Quest. 4. e così trouata la proportione de' pentagoni di questi due lati, si fà manifesta la proportione del pentagono, e triangolo dati.

La ragione di questa operatione è manifesta dalle cose più volte dette, e dalla costruttione dello Stromento nella diuisione di queste linee, delle quali ci seruiamo.

QVESTIONE QVARTA.

Data l'area d'vn poligono regolare, trouar' il suo lato.

ESsendoche ogni area s'intende composta di quadretti di determinata misura, data l'area, deue esser dato il lato di ciascun quadretto. Ora suppongasi data l'area d'vn pentagono di 400 palmi quadrati, e cerchisi quanto grande sia il lato del detto pentagono. Trouisi il lato d'vn quadrato di 400 palmi, cauando dal dato numero la radice quadrata, che è 20, & in vn piano si descriua vna linea, che si supponga di 20 particelle, ciascuna delle quali se ben piccola rappresenti vn palmo. Questa linea s'applichi nella linea trasformatoria all'interuallo proprio del quadrato, & à quella apertura dello Stromento si prenda l'interuallo 5.5 del pentagono. Il che fatto, questi due interualli del quadrato, e del pentagono s'applichino nella linea Aritmetica, e si trouerà, che se il lato del quadrato 400, è 20, il lato del pentagono di 400 palmi è 15½.

Si

Si che data qualsiuoglia area si caua la radice quadrata; e posta vna linea di tante misure s'applica nella trasformatoria all'internallo del quadrato; poiche l'interuallo corrispondente alla denominatione del poligono dato, sarà il lato della figura, la cui area è vguale al quadrato della linea supposta, cioè all'area data.

QVESTIONE QVINTA.

Dati due poligoni regolari diuersi vguali, trouare la proportione de' circoli, ne' quali essi si descriuono.

E Manifesto, che li poligoni vguali diuersi non si puonno descriuere nello stesso circolo; dunque il poligono di più lati si descriue in vn circolo minore, che quello di meno lati, ma vguale d'area. Cerchisi dunque la proportione de' circoli.

Il che si fà trouando la proportione de' semidiametri. E sia per essempio vn triangolo, & vn'eptagono vguali.

Primieramente applico nella linea de' poligoni il lato del triangolo all'interuallo 3. 3, e prendo l'interuallo 6. 6, e questo è il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato triangolo. Similmente nella stessa linea de' poligoni applico il lato dell'eptagono all'interuallo 7. 7, e con quell'apertura prendo l'interuallo 6. 6, il quale sarà il semidiametro del circolo, in cui si descriue il dato eptagono. Presi dipoi questi due semidiametri, s'applicano nella linea Geometrica, & in quella si troua la proportione de' circoli, come s'è detto nella Quest. 4. del Cap. 3.

QVESTIONE SESTA.

Data vna figura regolare far'vn circolo à lei vguale.

POteuasi nella linea segnar anche il diametro del circolo vguale à ciascuna delle figure notate nella linea trasformatoria; mà è facile il trouarsi in questo modo. Data la figura, si trasformi in quadrato: il lato di questo quadrato nella linea Geometrica s'appli-

plichi all'interuallo 11. 11; prendasi nella stessa linea Geometrica l'interuallo 14. 14, e questo è il diametro del circolo, che si cerca, la ragione è manifesta, perche per le cose dimostrate da Archimede, il quadrato del diametro è al circolo, come 14. à 11; il quadrato di quest'vltima linea è al quadrato posto all'interuallo 11. 11. cioè al poligono dato, come 14 à 11, dunque il dato poligono, & il circolo del diametro vltimamente trouato sono tra di se vguali per la 7. del 5.

QVESTIONE SETTIMA.

Date due figure regolari dissimili, e disuguali, farne vna vguale à tutte due, e dissomigliante.

QVesta operatione si fà con ridurre le due dissimili à somiglianza, e poi vnirle in vna simile, e finalmente trouare vna dissimile. Sia dato vn pentagono, & vn quadrato disuguali, e si voglia far vn triangolo vguale alla somma del pentagono, e del quadrato. Prima riducasi il pentagono in quadrato, in questo modo. Nella linea trasformatoria s'applichi il lato del pentagono dato all'interuallo 5. 5, e poi prendasi l'interuallo de' quadrati □ □ che sarà il lato del quadrato, vguale al dato pentagono. Di poi hauendosi già questo lato d'vn quadrato, & il lato del quadrato dato, s'applichino tutti due nelle linee Geometriche, per trouar la lor proportione, e si faccia vn quadrato vguale a tutti due, come s'è detto nel Cap. 3. Quest. 5. e sarà questo quadrato vguale al pentagono, & al quadrato dati. Finalmente il lato di questo quadrato nelle linee trasformatorie s'applichi all'interuallo proprio de' quadrati, e con quella apertura s'haurà all'interuallo △ △ proprio de' triangoli il lato del triangolo vguale al dato quadrato, e per conseguenza alle due figure date dissimili, e diseguali.

E se fossero molte le figure date da vnirsi, si continui l'operatione nello stesso modo; come se oltre il pentagono, e quadrato dati vi fosse anche vn triangolo, e poi tutti insieme haueßero à far vn

otta-

ottangolo; trouato il triangolo vguale al pentagono, & al quadrato dati, così il lato di questo, come del dato triangolo s'applichino nelle linee Geometriche, e si troui vn triangolo eguale à tutti due; e finalmente il lato di tal triangolo vguale à tutte trè le figure date s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo del triangolo, poiche ritenuta quell'apertura di Stromento, l'interuallo 8.8 darà il lato dell'ottangolo vguale alle trè figure date.

QVESTIONE OTTAVA.

Dati due poligoni regolari dissimili, e disuguali, trouar' vn' altra figura dissimile, che sia vguale alla loro differenza.

Sia dato nello stesso circolo vn triangolo, & vn quadrato, li quali necessariamente sono disuguali, e si voglia far vn'essagono vguale alla differenza tra il triangolo, e quadrato dati. Nelle linee trasformatorie applicato il lato del triangolo dato, si troui il lato d'vn quadrato à lui vguale: Dipoi questo lato trouato, & il lato dato del quadrato, s'applichino nelle linee Geometriche, e trouata la loro proportione si troui il lato del quadrato vguale alla loro differenza, per quel che s'è detto nel Cap. 3. Quest. 6. Finalmente questo lato del quadrato vltimamente trouato s'applichi nelle linee trasformatorie all'interuallo de' quadrati, poiche nelle stesse linee l'interuallo 6.6 darà il lato dell'essagono vguale à quel quadrato, che è la differenza de' due quadrati applicati, cioè del triangolo, e del quadrato dati.

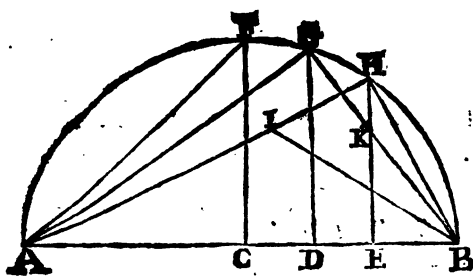
In tutte queste operationi se le linee, che sono lati delle figure date, fossero troppo grandi si prendano le parti aliquote, ricordandosi poi di moltiplicare l'vltima linea trouata secondo la denominatione della parte aliquota presa; come se si prese il terzo della linea, quella trouata sarà solamente il terzo di quella, che si cerca, e così dourà triplicarsi: se si prese il quarto, questa dourà quadruplicarsi, e così dell'altre.

CAPO IX.

In qual maniera habbia à segnarsi la linea de' corpi regolari, & vso di questa linea.

Corpi regolari si chiamano quelli, che hanno le loro super-ficie piane, dalle quali sono compresi, simili, & vguali: E perche ogni angolo solido è fatto almeno da trè superficie, ne può essere se non minore di quattro angoli retti, perciò niun corpo regolare può hauere l'angolo solido fatto, ò da sei triangoli equilateri, ò da quattro quadrati, perche questi insieme fanno quattro angoli retti, e non sariá angolo, ma vn piano: quattro pentagoni vguali farebbono più di quattro retti; tre essagoni fariano giustamente quattro retti, e tre eptagoni ò di più lati fariano più di quattro retti; onde consta, che l'angolo solido non può esser fatto, che ò da tre, quattro, e cinque triangoli equilateri, o da tre quadrati, ò da tre pentagoni equilateri; e per conseguenza solo cinque corpi regolari sono possibile. Ora se di trè triangoli equilateri si faccia vn'angolo solido, tutto il corpo haurà quattro faccie, e si chiama tetraedro, che vuol dire di quattro faccie, ouero piramide; se di faccia vn'angolo solido di quattro triangoli equilateri si forma l'octaedro, cioè d'otto faccie; se di cinque triangoli equilateri, si formi l'angolo solido ne viene l'icosaedro di venti faccie. Dipoi l'angolo solido si fà di trè quadrati, e se ne forma il cubo, ouero exaedro di sei faccie: e finalmente di tre pentagoni equilateri si fà l'angolo solido del dodecaedro di dodici faccie.

Per trouar dunque i lati di questi cinque corpi regolari contenuti in vna medesima sfera, ci seruiremo del modo dato da Euclide nell'vltima prop. del lib. 13. Si tiri nello Stromento la linea, che deue à questo effetto seruire, e sia nella fig. 27. la linea AP, ouero AM. A questa linea se ne tiri in vn piano vna vguale, e sia nella fig. 37 la linea AB, la quale diuidasi in modo, che BC sia la metà, BD la terza parte, BE la quinta parte. E dal cētro C si descriua il semicircolo AFB. S'alzino poi le perpendicolari CF, DG, EH, e si tirino le linee

AF,

AF, che è lato dell' octaedro, AG, che è lato della piramide, ouero tetraedro, BG, che è lato del cubo. E queſta linea BG ſi tagli nell'eſtrema, e media ragione, cioè in modo, che il quadrato del ſegmento maggiore ſia vgual'al rettãgolo fatto da tutta, e dal ſegmento minore, come s'inſegna nella 30 del lib. 6, ouero nell' 11. del lib. 2; e ſia il ſegmento maggiore BK, che è lato del dodecaedro. Finalmente della linea BH, come di ſemidiametro ſi formi il ſemicircolo BOL; diuidaſi l'arco per metà in O, & il ſemidiametro HL per metà in N: prendaſi l'interuallo NO; & à queſto ſia vguale NI: e così ſarà HI lato del decagono, & IO lato del pentagono: e ſi traſferiſcano nell'altra figura in modo, che BI ſia vguale à IO, & IH ſia il lato del decagono nel circolo BOL, ſarà dunque BI lato dell'icoſaedro.

Trouate queſte miſure, ſi traſferiſcono ſopra lo Stromento, in cui AP è diametro della sfera, A4 vguale ad AG, A8 vguale ad AF, A6 vguale à BG, A20 vguale à BI, A12 vguale à BK: & in tal maniera ſono ſegnati i lati de' corpi regolari, che puonno deſcriuerſi nella ſteſſa sfera.

E perche ſe bene tutte queſte linee ſono tra di loro incommenſurabili di longhezza, nondimeno li lati del tetraedro, octaedro, e cubo ſono col diametro della sfera commenſurabili di potenza (gl'altri due lati del dodecaedro, & icoſaedro ſon'affatto irrationali) e ſono i loro quadrati in queſta proportione, cioè del diametro della sfera, come 6, del lato della piramide, come 4, del lato dell'octaedro, come 3, del lato del cubo, come 2, come ſi vede

 ap-

appresso il Clauio nella dimostratione della sudetta prop. vlt. del lib. 13. perciò si potrà prouare con la linea Geometrica dello Stromento, se tali lati da noi trouati nel primo modo applicati in essa corrispondano giustamente alli numeri di 6. 4. 3. 2. acciò siamo sicuri, che l'operatione fù giusta.

QVESTIONE PRIMA.

Conosciuto il diametro d'vna sfera, come si possa formar' vn cubo, ò altro solido regolare, che capisca in essa.

QVelli, che si dilettano dentro sfere di vetro formare di piccole regolette tessute insieme varie figure, come se fossero linee, hauranno l'vso di questo problema. Il diametro della sfera dato s'applichi all'interuallo vltimo della linea de' corpi regolari; e di poi preso l'interuallo del cubo, se si desidera formare vn cubo, ò di qualunque altro solido, che voglia formarsi, cioè l'interuallo 6. 6 in quella stessa linea, e s'haurà il lato del cubo. Se si volesse formar' vna piramide, prendasi l'interuallo 4. 4 in quella linea de' corpi regolari.

QVESTIONE SECONDA.

Data vna piramide trouar la sfera, che contenga vn'altra piramide in data proportione.

SIa data vna piramide, e si desideri vna sfera, che contenga vna piramide, che alla data sia come 9, à 8. Trouisi il lato della piramide, che sia come 9 à 8, rispetto della piramide data: e perche i solidi simili sono nella triplicata proportione de' lati Homologi, cioè, come i cubi de' lati, il lato della piramide data s'applichi nella linea cubica dello Stromento all'interuallo 8. 8; e preso l'interuallo 9. 9. sarà lato della piramide, che alla prima sarà come 9 à 8. Questo lato trouato s'applichi nella linea de' corpi regolari all'interuallo 4. 4, proprio del tetraedro, e l'interuallo estremo

darà

darà il diametro della sfera, che contiene vna piramide, che è sesquiottaua della piramide data.

QVESTIONE TERZA.

Dato il diametro della sfera trouar le proportione de' corpi regolari inscritti.

SIa data vna sfera, il cui diametro è noto, e si cerchi la proportione di detta sfera à ciascuno de' corpi regolari inscritti Ogni sfera è vguale al cono, la cui base è vguale alla superficie sferica, e l'altezza vguale al raggio, come dimostra Archimede nel lib. 1. de Sph. & Cyl. dunque dato il diametro si troua la circonferenza del massimo circolo, e questa moltiplicata per il sudetto diametro dà la superficie sferica, base del cono, e questa poi moltiplicata per la terza parte del raggio, cioè il sesto del diametro dà la solidità del cono vguale alla sfera, perche se la base si moltiplicasse per tutta l'altezza, saria la solidità del cilindro di base, & altezza vguale; dunque essendo il cono la terza parte di tal cilindro, per la 10. del lib. 12. è manifesto, che si deue moltiplicar solo per la terza parte dell'altezza. Per trouar poi la solidità d'vn corpo regolare inscritto; Primo, si troua il lato di detto corpo, applicando il diametro della sfera all'estremità della linea de' corpi regolari, e con vn'altro Compasso si prenda l'interuallo competente al corpo, che si cerca: e questi due interualli applicati nella linea Aritmetica, danno in numeri homologi al diametro della sfera, il lato del corpo, per essempio dell'icosaedro, che consta di 20 faccie triangolari equilatere. Secondo trouato il lato del triangolo equilatero si cerchi la sua area, trouando la perpendicolare, che da vn'angolo cade nel mezzo del lato opposto: il che si fà nella linea Geometrica, applicando il lato del triangolo, e la metà di detto lato, à due numeri, de' quali necessariamente vno è quadruplo dell'altro, per essempio 48, e 12, e presa la differenza 36 piglio l'interuallo 36.36, & applico nella linea Aritmetica il la-

to del triangolo al suo numero competente trouato nella prima operatione, e poi veggo qual interuallo comprenda quella distanza vltimamente presa, che è il lato d'vn quadrato, a cui il quadrato del lato del triangolo è come 4 à 3. e questo moltiplicato per la metà del lato del triangolo dà l'area del triangolo. Terzo, perche il corpo iscritto nella sfera è vguale à tante piramidi, che hanno la cima nel centro della sfera tra di loro vguali, per hauer le basi, e gl'assi vguali, conuien trouare la perpendicolare, che dal centro della sfera cade nel piano del triangolo. Ora se il piano del triangolo s'intenda prolongato per ogni parte, taglia la sfera, e fà vn circolo, in cui è iscritto detto triangolo. Prendasi dunque il lato del triangolo, e nella linea de' poligoni s'applichi all' interuallo proprio del triangolo, e con vn'altro compasso si prenda il raggio del suo circolo, cioè il lato dell'essagono: e nella linea Aritmetica applicato il lato del triangolo al numero, che gli compete già trouato, veggasi a qual numero cada il raggio del circolo. Cadendo dunque dal centro della sfera la perpendicolare nel centro di tal circolo, è noto il raggio del circolo, & è noto il raggio della sfera opposto all'angolo retto, dunque applicati questi due raggi alla linea Geometrica, si troua la proportione de'loro quadrati, & dalla differenza di tali quadrati applicato il Compasso, si troui poi nella linea Aritmetica la sua quantità in parti homologhe al raggio della sfera, e per conseguenza al lato del corpo, che si cerca: E questa è l'altezza della piramide triangolare. Quarto, perche la piramide per la 7. del 12 è la terza parte del prisma, che hà l'istessa base, e la istessa altezza, si moltiplichi l'area trouata del triangolo per la terza parte di questa altezza trouata, e sarà la solidità della piramide. Finalmente questa solidità trouata si moltiplichi per il numero delle faccie del corpo regolare, che si cerca, e s'haurà tutta la solidità di detto corpo; e per cõseguenza la proportione, che hà alla sfera.

Cio che s'è detto de'corpi, le cui faccie sono triangolari, si deue proportionatamente intendere del dodecaedro, le cui faccie sono pentagone: perche trouato il lato del dodecaedro, che è il lato

del

del pentagono, si troua il raggio del circolo, in cui capisce detto pentagono; e diuiso per metà il lato del pentagono in esso cade la perpendicolare dal centro, la quale può il quadrato, che è differenza tra il quadrato del raggio trouato del circolo, & il quadrato della metà del lato del pentagono: e così si troua l'area d'vno de' cinque triangoli isosceli, ne' quali si diuide il pentagono; onde si vien à conoscere l'area di detto pentagono. Poi dal quadrato del raggio della sfera leuato il quadraro del raggio di detto circolo, resta il quadrato della linea, che dal centro della sfera cade perpendicolarmente nel piano pentagonico, & è l'altezza della piramide, che è la duodecima parte dell'octaedro: come è manifesto.

Quanto poi al cubo è manifesto, ch'egli è alla sfera dello stesso diametro con il lato del cubo, come 21 à 11. come s'osseruò nel Cap. 5. Quest. 2. Ma il cubo inscritto nella sfera è tale, che il suo lato è di potenza subtripla alla potenza del diametro della sfera, per la 15. del lib 13. Dunque prendasi la terza parte del quadrato del diametro della sfera, e di questa prendasi la radice quadrata; la quale moltiplicata nel suo quadrato darà la solidità del cubo inscritto. Così posto il diametro della sfera esser 2000, il suo quadrato è 4000000, di cui la terza parte è 1333333⅓; e la radice quasi 1153⅓ è lato del cubo, che moltiplicato per il suo quadrato da la solidità 1537999990, doue che il cubo circoscritto vien'ad essere 8000000000.

QVESTIONE QVARTA.

Data vna sfera trouar' i lati de' corpi ordinati circoscritti.

LI corpi circoscritti alla sfera hanno i loro piani, che toccano la sfera; e perciò l'altezza delle piramidi, che hanno per base tali piani, è vguale al raggio della sfera data. Ora perche il corpo inscritto, & il circoscritto sono simili, hanno anche i lati homologi, e li piani sono simili: e per cōseguenza le piramidi, nelle quali

si ri-

si risoluono, hauendo tra di loro la proportione de' suoi tutti, per la 15. del 5. hanno la proportione triplicata de' lati homologi. Ma perche le piramidi hanno le basi simili, queste basi hanno la proportione duplicata de' lati homologi; e perche le piramidi hanno tra di se la proportione composta della proportione delle basi, e delle altezze, essendo le basi nella duplicata proportione de' lati, seguita, che le altezze habbiano la stessa proportione de' lati. Ora essendo data la sfera, & il suo raggio, habbiamo l'altezza della piramide maggiore, che è parte del corpo circoscritto. Nello Stromento data la sfera habbiamo il lato del corpo inscritto. Dunque nel modo detto nella Questione precedente, si troui la perpendicolare, che dal centro della sfera cade sul piano del corpo inscritto. E poi facciasi, come la perpendicolare trouata, al lato del corpo inscritto, così il semidiametro della sfera al lato del corpo circoscritto, che si cerca.

Di qui è manifesto, che hauendo le piramidi sudette la proportione triplicata de' lati delle basi, cioè la triplicata dell'altezze, anche il corpo inscritto, & il circoscritto hanno la proportione triplicata della perpendicolare dal centro della sfera sù la faccia del corpo inscritto, al semidiametro della stessa sfera: e così conosciuta detta perpendicolare, & il raggio della sfera, e presi i loro cubi, questi daranno la proportione del corpo inscritto, al circoscritto, nella stessa sfera,

QVESTIONE QVINTA.

Come dato vn corpo regolare si trasformi in vn'altro, che gli sia vguale.

Sia dato vn'icosaedro, e si voglia far'vna piramide à lui vguale. Come s'è detto nella Quest. 3. si troui la proportione dell'icosaedro, e della piramide inscritti nella stessa sfera. Dipoi nella linea delli corpi regolari applicato il lato dato dell'icosaedro all'interuallo 20. 20, si prenda il lato della piramide nella stessa sfera all'interuallo 4. 4. E finalmente nelle linee cubiche s'applichi que-

sto

tro lato della piramide all'interuallo d'vn numero, à cui sia vn'altro numero di dette linee nella proportione, che si trouò essere l'icosaedro alla piramide; perche l'interuallo di quell'altro numero darà il lato della piramide, che alla piramide inscritta nella stessa sfera con l'icosaedro hà la proportione, che l'istesso icosaedro hà alla piramide seco inscritta; Dunque per la 7. del 5. la piramide di quest'vltimo lato trouato è vguale all'icosaedro dato.

CAPO VLTIMO.

Come si possano con gran facilità fabricare molti Compassi di proportione altri grandi, altri piccioli.

Dalle cose dette in tutto questo Trattato della diligenza, con cui deuono farsi le diuisioni delle linee descritte (alcune delle quali non si può negare, che ricercano molto particolar'attentione, acciò siano diuise accuratamente) potrà per auuentura spauentarsi qualche Artefice, temendo, che riesca la fattura così lunga, e trauagliosa, che douendosi condegnamente ricompensare, venga à riuscire tanto cara, che trouandosi pochi compratori, venga à trarne poco guadagno. Per facilità dunque de gl'Artefici, a' quali non basta hauerne fatto vno, ò anche d'altri, i quali volessero con poca fatica diuidere le linee tirate nel suo Compasso di proportione, soggiongo per fine di questo Trattato questo Capo, il quale in sostanza non è altro, che la prattica di quanto di sopra s'è detto.

Proueggasi dunque l'Artefice d'vn Compasso di proportione con le regole assai lunghe, sopra delle quali siano tirate dal centro varie linee rette nell'vna, e nell'altra faccia, e queste linee diuida nella maniera, che habbiamo mostrato, ne stimi alcuna diligenza superflua, ne perduto il tempo, che v'impiegarà, à fine, che le diuisioni siano accuratissime; perche fatta vna volta questa fatica, non haurà più à replicarla, e gli seruirà per tutta la sua vita, e de' suoi

 figliuo-

figliuoli, perche questo Compasso di proportione dourà ritener appresso di se, e non venderlo, per non necessitarsi ad vna nuoua fatica.

Occorrendo poi far vn'altro Stromento vguale, ò più grande, ò più piccolo del suo già fatto, qual però si suppone de' più lunghi, che sogliano communemente farsi, si tirino dal centro le linee, che poi si vogliono diuidere; e fatto questo, la lunghezza di ciascuna linea pongasi nell'estremo interuallo della linea simile dello Stromento già perfettionato; poiche ritenuta quell'apertura dello Stromento, basterà traportare ciascun' interuallo sopra la linea, che si vuol diuidere; & in tal maniera questa sarà diuisa nella stessa proportione, che la linea dello Stromento maggiore. Così volendo segnare la linea metallica, per essempio, prendo la distanza dal centro dello Stromento, fin all'estremità della linea da diuidersi, & allargo lo Stromento già fatto (veggasi la fig. 10.) in modo, che tutta quella linea capisca nell'vltimo interuallo della linea metallica PP, doue è segnata la pietra. Dipoi prendo l'interuallo MM per il marmo; e questa longhezza traporto dal centro sopra la linea, che si diuide, nell'vno, e nell'altro braccio, e si segnarà il punto per il marmo. E così susseguentemente ne gl'altri punti CC, SS &c. onde sarà diuisa la linea metallica nel nuouo Stromento, secondo la proportione, cõ cui fù diuisa quella del primo Stromẽto. l'istesso s'intende di qualsiuoglia altra linea da diuidersi. Nel che si vede quanto gran compendio di fatica sia questo.

Di qui si vede, che se vn'amico habbia vn Compasso di proportione diligentemente da buon'artefice, ciascuno potrà con gran facilità farsene vno da se, cauãdo da quello le diuisioni nel modo, che s'è detto douer fare l'Artefice. Onde con molta poca spesa può essere prouisto d'vn buono Stromento.

Conchiusione.

E Queste cose bastino per la spiegatione della Fabrica, & Vso del Compasso di proportione, dalle quali ciascuno potrà andar

dar inuentando altre operationi. Si come anche puonno descriuersi altre linee, nelle quali siano altre proportioni, secondo il piacere di ciascuno: come sarebbe vna linea delle fortificationi, nella quale si segnasse la proportione delle parti di essa, cioè la capitale, & il fianco del baloardo in ciascuna fortezza di più angoli, supponendosi la morragola, & il fianco vguali al sesto di tutto il lato del poligono: & io per sfuggire la confusione, tal linea segnarei, come nella presẽte fig. 38. pigliãdo per essempio A 4 per la capitale in vna fortezza di 4 baloardi, e perciò notarei al pũto 4 anche la lettera C, per denotare, che è la capitale, e poi il fiãco del baloardo di tal fortezza notarei AF. Dal che ne verrebbe, che data vna fortezza di 4 baloardi da descriuersi, tagliato per mezzo l'angolo con vna capitale indefinita, si prenderebbe il sesto del lato del poligono fortificabile, e questo applicato all'interuallo FF, che è tra il 4, & il centro A, l'interuallo CC, che è di rimpetto al 4, daria la quãtità della capitale determinata. Per la fortezza poi di cinque baloardi hauutasi la proportione della capitale, e del fianco per mezzo del calcolo, prenderei dal centro A tal distanza per A 5, la quale fosse la capitale del baloardo di tal fortezza, che prendendosi il fianco proportionato AF, cadesse tra il punto segnato 5, & il segnato 4; perche in tal modo queste lettere CF, significarebbono la capitale, & il fianco del baloardo di fortezza di cinque bastioni. L'istesso dico in ordine ad altri punti per fortezza di più baloardi. A me poi piace più segnar il fianco, e la capitale, perche con queste si può anche oprare per la fortificatione irregolare, quanto lo permetterà la stessa irregolarità.

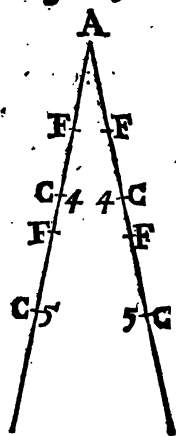



Figura 38.

Ciò che per modo d'essempio s'è detto della linea delle fortificationi, con notare queste due sole diuisioni, s'intenda anche, ò notando altre proportioni d'altre linee appartenenti alla fortificatione,

tione, ò pur anche altre linee d'altre cose, e proportioni, secondo il piacere di ciascuno. Così perche spesso può venir'occasione di tagliar'vna linea nella media, & estrema ragione, potrebbesi nello Stromento tirar'vna linea nell'vno, e nell'altro braccio, la quale à quest'effetto seruisse, tagliandola con questa proportione; poiche qualsiuoglia linea data applicata all'estremo interuallo, saria tagliata similmente, prendendo l'interuallo de' punti, ne' quali le linee laterali furono così diuise. Se bene se non hai tal linea precisamente diuisa nello Stromento, basterà, che applicata tutta la linea all'interuallo 100. 100, prendi l'interuallo 38. 38, e con questo diuidasi la linea data; perche il segmento maggiore 62. hà per suo quadrato 3844. poco maggiore del rettangolo fatto da tutta 100, e dal minor segmento 38, cioè poco maggiore di 3800. come richiede cotal settione.

IL FINE.

Lo Stampatore a' Lettori.

ANcorche nella compositione della stampa di questo Trattato si siano poste à loro proprij luoghi le figure, oue particolarmente sono dall'Autore state fatte le loro dimostrationi, ad ogni modo per maggior commodità del Studioso, hò stimato bene replicarle tutte nel fine dell'Opera con i loro numeri, come dal medesimo Autore vengono chiamate: Riceui dunque questa mia duplicata fatica, in testimonio della pronta volontà, che hò di sempre giouarti, e voglimi bene,

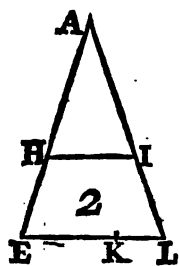
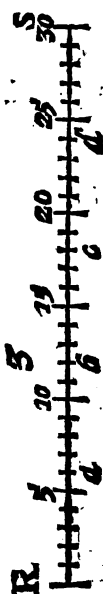
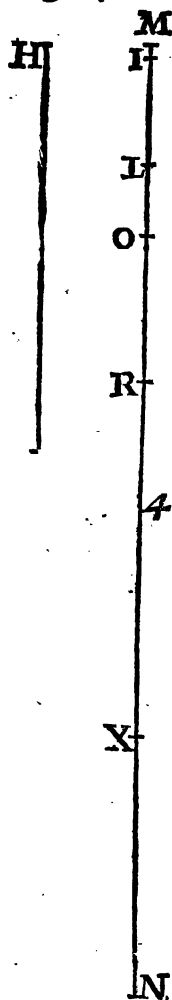
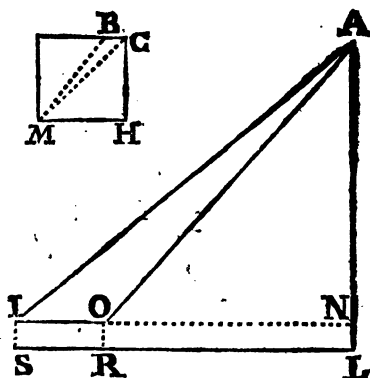



Figura 2.
Figura 4.
Figura 5.
Figura 8.
Figura 3.
Figura 9.
Figura 22.
Figura 13.
Figura 19.

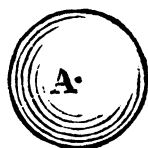
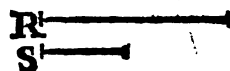
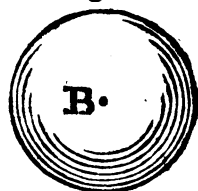



Figura 6.
A
O
K L
R H
L S
T
F
V
G
D
6
E
B
C
A O K H E D B
1 2 3 4
Figura 12.
R
S
T
V
Figura 14.
H
C
I B F D K
L A G E M
H
I K
F
R L M S
Figura 17.
R
A
B
S
Figura 18.
K
B
R
O

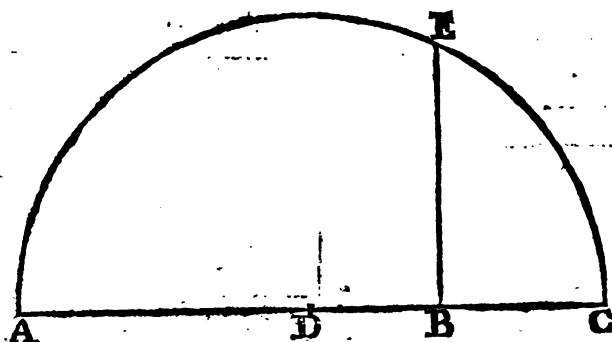
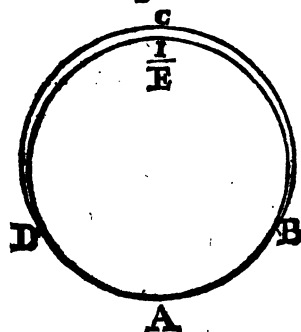
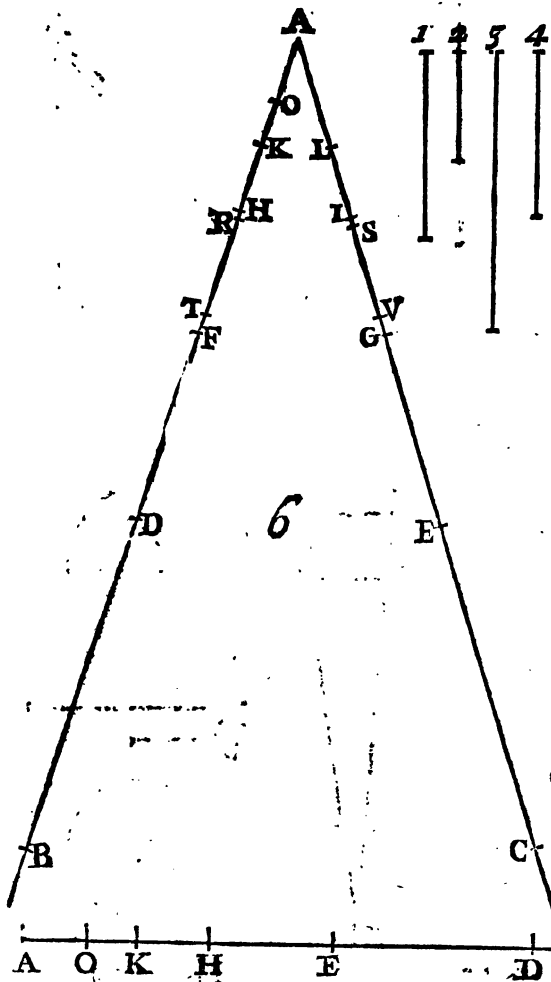
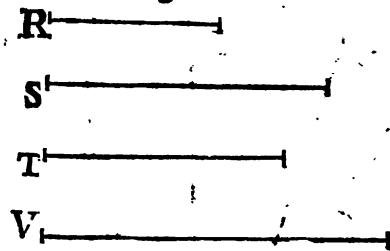
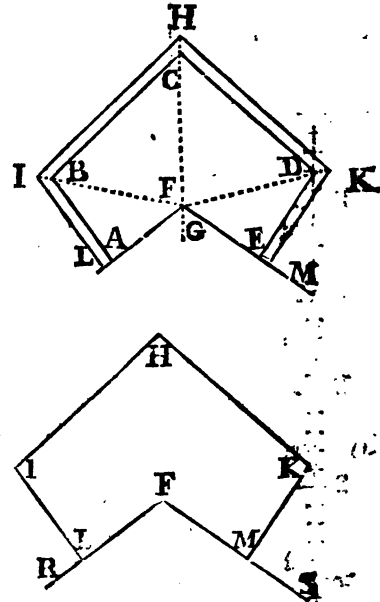
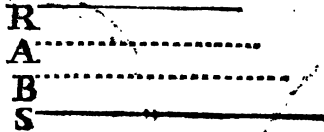
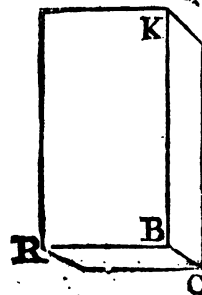
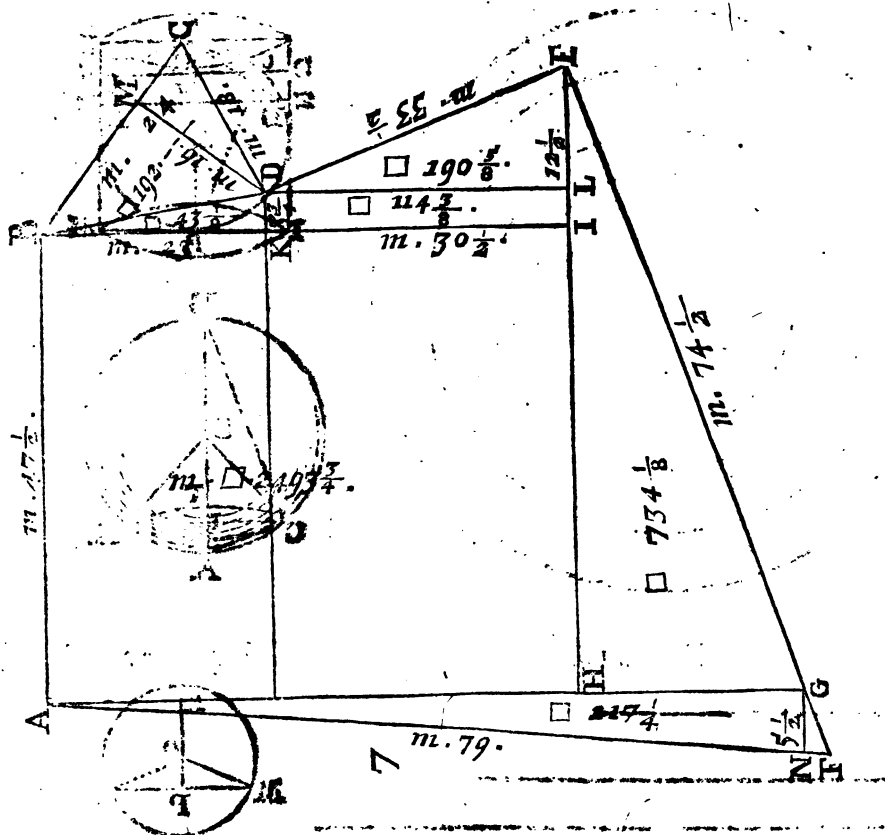
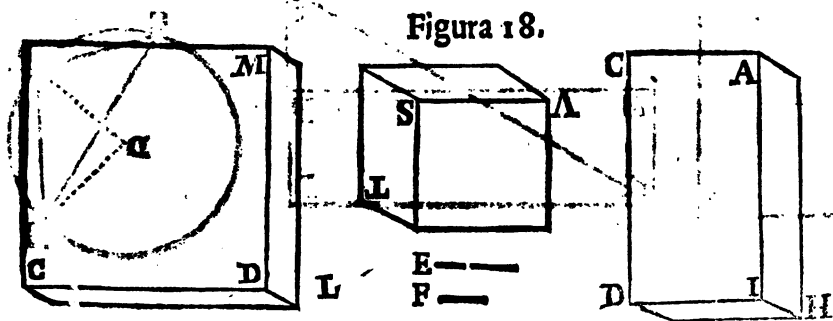
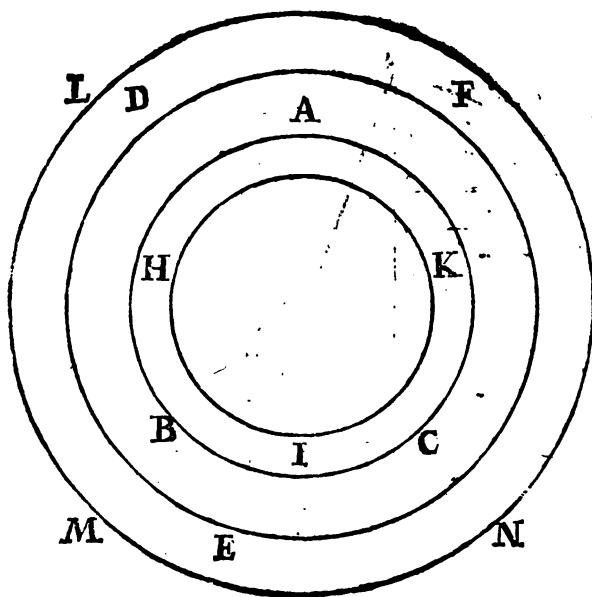



Figura 18.

Figura 12.

Figura 24.

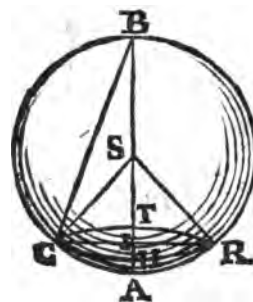
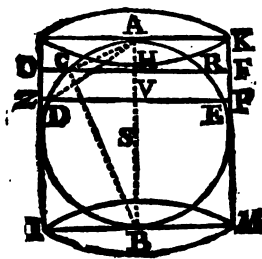



Figura 16.

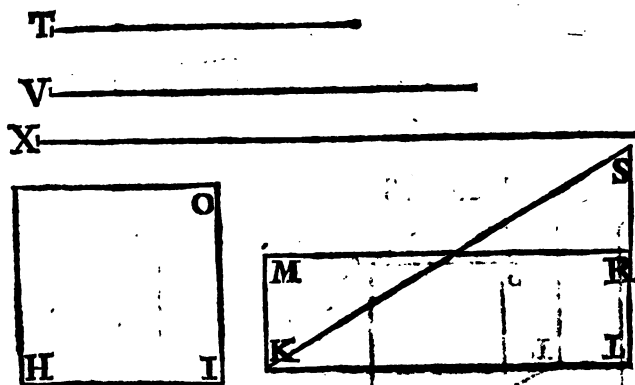



Figura 32.

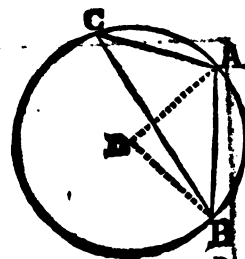
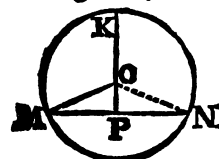



Figura 21.
M
N
Figura 20.
B
T
D
O
E
V
Figura 21.
E
F
R
V
G
H
I
H
E
G
F
Figura 15.
D
A
C
B
P
O
X
Z
Q
Y
K
L
S
A
B
C
E
D
Figura 23.
M
N
P
A
B
C

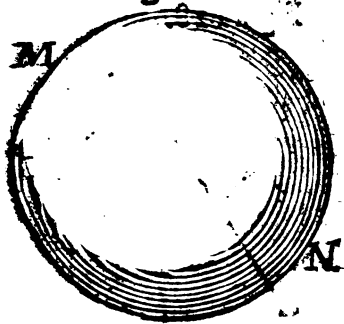
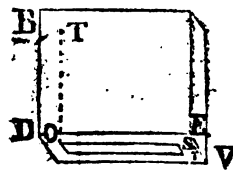
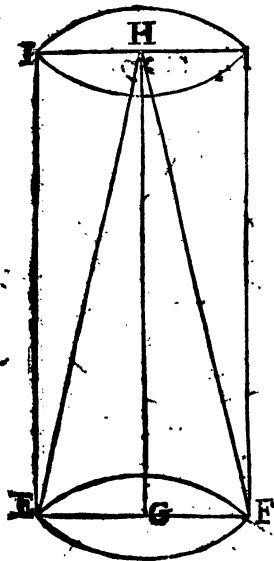
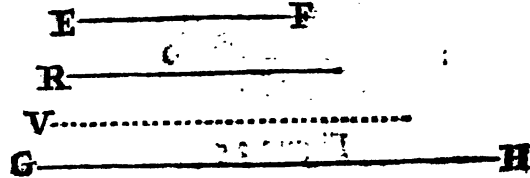



Figura 24.
N
G
E
C
D
Figura 28.
L
N
M
G
Figura 25.
A
E
C
B
90
60
D
F
Figura 29.
L
A
N
O
M
O
B
D
E
C
I
Figura 31.
C
E
I
A
B
D
Figura 33.
F
G
D
E
B
C
K
L

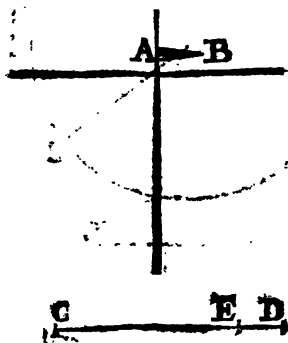
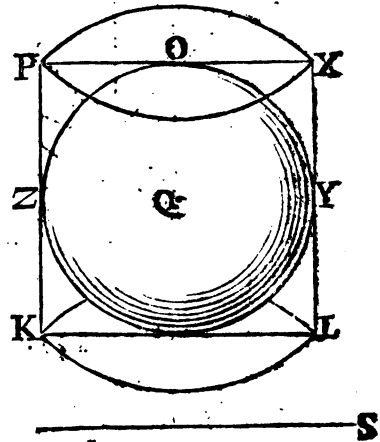
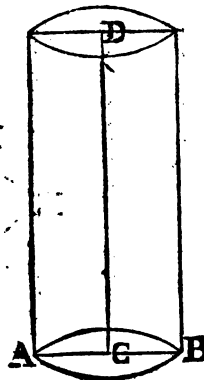
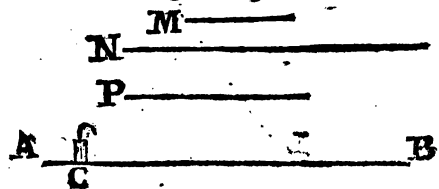
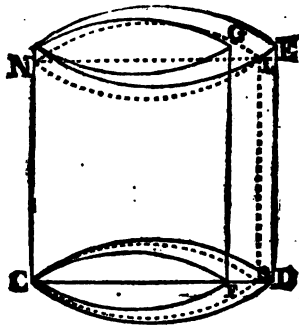
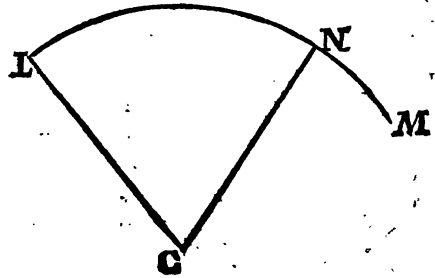
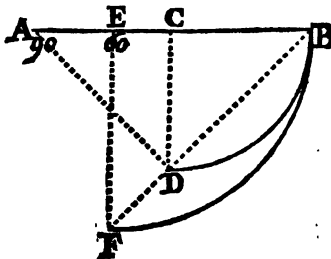
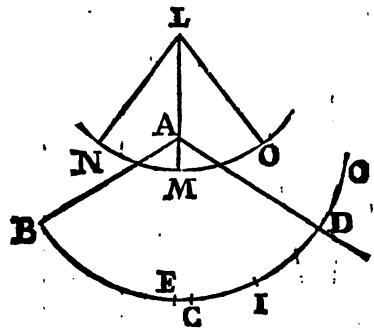
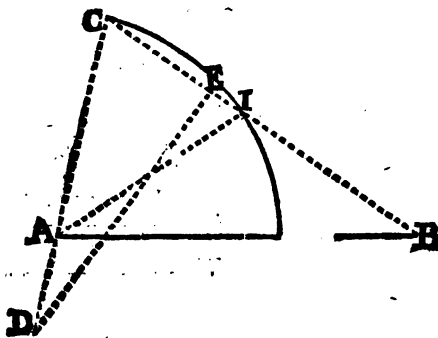
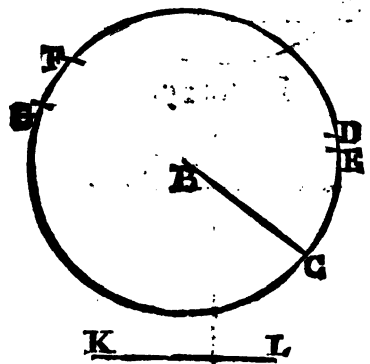
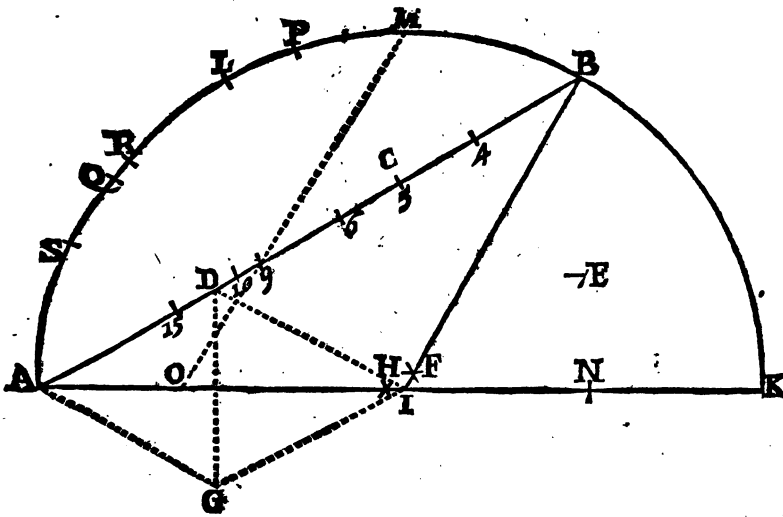
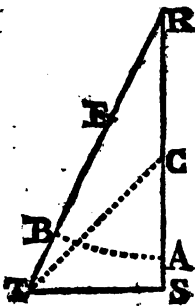



Figura 34.

Figura 30.

Figura 36.

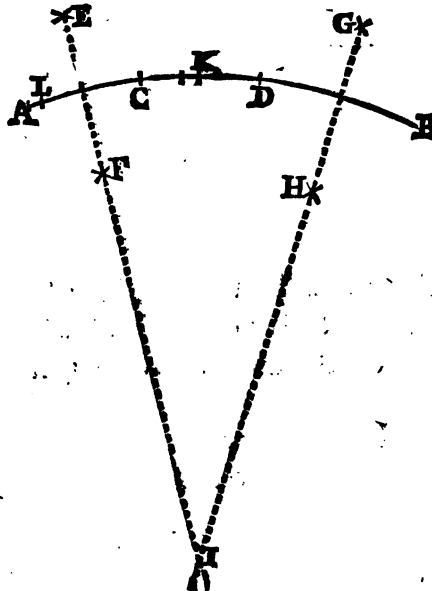



Figura 35.

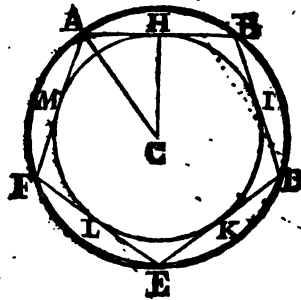
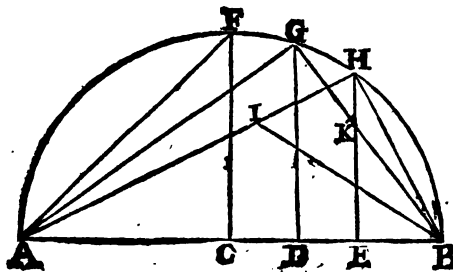
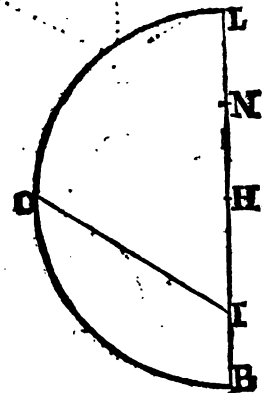



Figura 37.

Figura 37.

V.D.Iuuentius Tortus Cler. Reg. S. Pauli, Pœnitentiarius, pro Illuſtriſs. & Reuerendiſs. D. D. Hieronymo Boncompagno Bononiæ Archiepiſc. & Principe.

Imprimatur.

Fr. Io. Vincentius de Paulinis Mag. Inquiſitor Generalis Bonon.

Errori da correggersi.

Pag. 9. auuertasi, che nella fig. 3. iui citata mancano le lettere i, e, u, o. Perciò nella figura della pag. 8. alle prime tre particelle vicino all'R, si deuono mettere le lettere i, u, o. & all'vltima particella vicino all's, si metta e.

Pag.	lin.		
9	30	lincercata dal numero	cercata del numero
12	4	la decima parre	la decima parte
13	26	vtilmente segnati	vltimamente segnati
19	2	cha non	che non
	26	580	300.
	26	dunque compasso	dunque col compasso
20	4	le due furtioni	le due frattioni
	14	Tauole Trigonomoniche	Tauole Trigonometriche
21	10	BMH, è il maggiore	BMH, che è il maggiore
23	8	ordinaua	ordinata
	10	preso dal	presa dal
	27	modi, o per	modi, per
24	2	tra 24. 14.	tra 24. 24.
	17	74.75.	75.75.
	22	se 2000.	se 200.
	24	e quando	e questo
	31	piglio le	piglio la
34	11	delle date	della data
39	19	dato vn lato, e	dato vn lato, è
40	24	è nuncuplo	è noncuplo
43	3	darà 20.	darà 20.
	6	duplicare darà	duplicata darà
	12	prendo ia	prendo la
	27	nacessaria	necessaria
45	7	alteratione	alternatione
46	18	AF per FG	AF, & AG
	24	interuallo 33.	interuallo 3. 3.
47	22	ne lati tre angoli	ne lati, ne angoli
48	5	de gl'irregolari	dell'irregolari
49	8	linea s	linea S
51	20	& il circolo DEF	& al circolo DEF
55	21	punti, col	punte, col
56	8	vorriano	vorriamo
58	32	diuisore à 3.	diuisore è 3.
	33	20. 20. è	20. 20. e
61	2	la lunghezza	la larghezza
62	14	alla somma	la somma

63. quest

63	quest.6. si metta in margine pag.60.		
65	19	dalla 4.del lib.1.	dalla 41. del lib. 1.
	22	è la màtà	e la metà
67	18	dunque 99.	dunque 9. 9.
	24	prendere 99.	prendere 9. 9.
69	4	di calcalo	di calcolo
80	10	Aritmetica 88.	Aritmetica 8. 8.
85	7	detta	dàtà
86	23	precisione	precisione
95	4	tagliare via	tagliate via
	17	Compasso grande	Compasso prendo
	19	questo 2.	questo secondo
	32	d'vn'altra	d'vn'altro
104	12	Ma perche	Ma purche
	16	dal Mensennio	dal Mersenno
108	3	inuerciata	rouersciata
	15	peso, ò come	peso, come
	16	come $\frac{538}{1000}$ 100	come 100.
110	28	però importa	poco importa
113	16	ò volendosi	Or volendosi
117	33	del lib.31)	del lib.4.)
118	7	lastra piena	lastra piana
	15	l'apertura	se l'apertura
	20	le decime	le decine
119	1	contiene li gradi	contiene sei gradi
120	31	AB, che è	BC, che è
121	33	interteruallo	interuallo
123	32	l'arco, si	l'arco, non si
124	la fig. postaui non stà bene, ma ci và la fig.2. della pag.120.		
125	8	$38\frac{1}{2}$, $38\frac{1}{2}$.	38. 38.
126	28	cunuien	conuien
128	si noti in margine la pag. 125. per la figura, che manca		
129	1	al seno	il seno
131	11	di determita	di determinata
	28	tagliano AD,	tagliano in D, onde è il semidiametro AD,
133	17	noui lati	noue lati
	31	volte 60, e	volte 60, ò
137	16	CAR è l'altezza	CAR, e l'altezza
140	32	e l'area	è l'area
141	si noti in margine la pag. 119. per la fig. 27.		

141	vlt.	ne le, che	linee, che
142	1	ABI, BA	ABI, BAI
146	11	non capisce	non capisse
150	2	il nemero	il numero
156	29	fù diuisa	fù diuiso
162	16	pessibile	possibili
	19	se di faccia	se si faccia
170	26	da buon'artefice	fatto da buon'artefice
	28	con molta	con molto
171	6	morragola	mezza gola